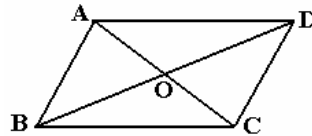


第十一章全等三角形复习

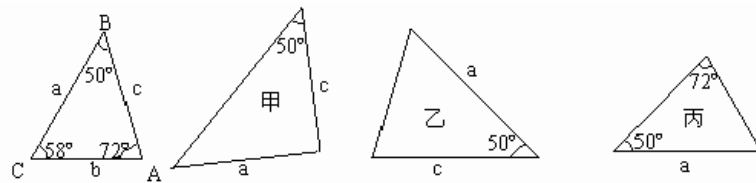
◆随堂检测

1. 如图,已知 AC 和 BD 相交于 O,且 $BO = DO, AO = CO$,下列判断正确的是 ()

- A. 只能证明 $\triangle AOB \cong \triangle COD$
- B. 只能证明 $\triangle AOD \cong \triangle COB$
- C. 只能证明 $\triangle AOB \cong \triangle COB$
- D. 能证明 $\triangle AOB \cong \triangle COD$ 和 $\triangle AOD \cong \triangle COB$

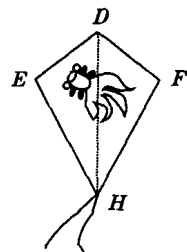


2. 如图,已知 $\triangle ABC$ 的六个元素,则下面甲、乙、丙三个三角形中和 $\triangle ABC$ 全等的图形是 ()



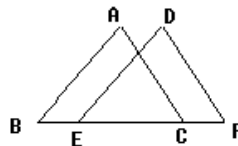
- A. 甲和乙
- B. 乙和丙
- C. 只有乙
- D. 只有丙

3. “三月三,放风筝”,如图是小明制作的风筝,他根据 $DE = DF, EH = FH$,不用度量知道 $\angle DEH = \angle DFH$,小明是通过全等三角形的识别得到的结论,请问小明用的方法是_____ (用字母表示) .



量,就识别

4 如图, $\angle ACB = \angle DFE$, $BC = EF$, 要使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 则需要补充一个条件, 这个 _____ (只需填写一个)



条件可以是

◆典例分析

例：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ，直线 MN 经过点 C ，且 $AD \perp MN$ 于 D ， $BE \perp MN$ 于 E 。

(1) 当直线 MN 绕点 C 旋转到图(1)的位置时，求证：① $\triangle ACD \cong \triangle CEB$ ；② $DE = AD + BE$

(2) 当直线 MN 绕点 C 旋转到图(2)的位置时，求证： $DE = AD - BE$ ；

(3) 当直线 MN 绕点 C 旋转到图(3)的位置时，试问 DE 、 AD 、 BE 具有怎样的等量关系？请写出这个等量关系，并加以证明。

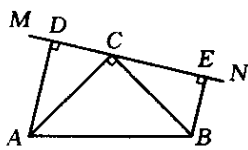


图 1

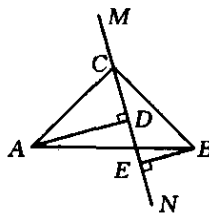


图 2

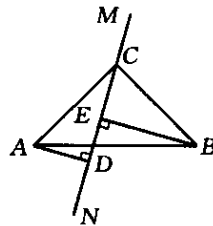


图 3

解：如图：

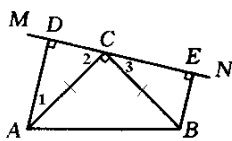


图 1

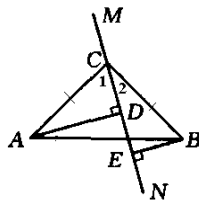


图 2

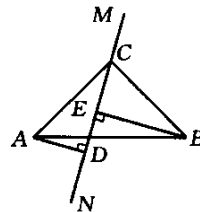


图 3

解析：这类问题每一问所用的思路基本相同

(1) ① $\because \angle ADC = \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 2 = 90^\circ$,

$\therefore \angle 1 = \angle 3$.

又 $\because AC = BC, \angle ADC = \angle CEB = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle CEB$.

② $\because \triangle ADC \cong \triangle CEB$,

$\therefore CE = AD, CD = BE$,

$\therefore DE = CE + CD = AD + BE$.

(2) $\because \angle ACB = \angle CEB = 90^\circ$,

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle CBE + \angle 2 = 90^\circ$,

$$\therefore \angle 1 = \angle CBE.$$

$$\text{又} \because AC = BC, \angle ADC = \angle CEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBE,$$

$$\therefore CE = AD, CD = BE,$$

$$\therefore DE = CE - CD = AD - BE.$$

(3) 当 MN 旋转到图 3 的位置时, AD、DE、BE 所满足的等量关系是 $DE = BE - AD$ (或 $AD = BE - DE, BE = AD + DE$ 等) .

$$\because \angle ACB = \angle CEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle BCE = \angle CBE + \angle BCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle CBE,$$

$$\text{又} \because AC = BC, \angle ADC = \angle CEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBE,$$

$$\therefore AD = CE, CD = BE,$$

$$\therefore DE = CD - CE = BE - AD.$$

◆课下作业

●拓展提高

1. 下列各作图题中, 可直接用“边边边”条件作出三角形的是 ()

- A. 已知腰和底边, 求作等腰三角形
- B. 已知两条直角边, 求作等腰三角形
- C. 已知高, 求作等边三角形
- D. 已知腰长, 求作等腰直角三角形

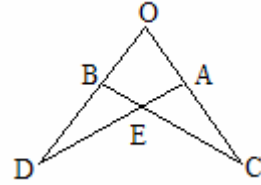
2. 下列条件不可以判定两个直角三角形全等的是 ()

- A. 两条直角边对应相等 B. 两个锐角对应相等
- C. 一条直角边和它所对的锐角对应相等
- D. 一个锐角和锐角所对的直角边对应相等

3. $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, BD 、 CE 是 AC 、 AB 边上的高, 则 BE 与 CD 的大小关系为 ()

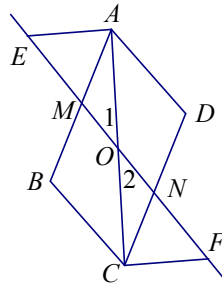
- A. $BE > CD$ B. $BE = CD$ C. $BE < CD$ D. 不确定

4.如图，若 $\triangle OAD \cong \triangle OBC$ ，且 $\angle O = 65^\circ$ ， $\angle C = 20^\circ$ ，则 $\angle OAD = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

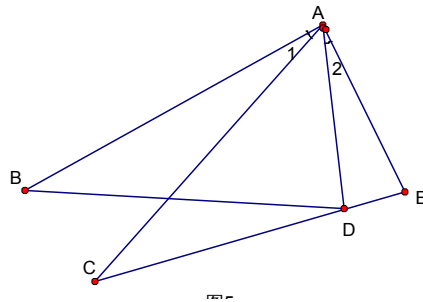


5.如图， $AB \parallel CD$ ， $AB = CD$ ， O 为 AC 的中点，过点 O 作一条直线分别与 AB 、 CD 交于点 M 、 N ， E 、 F 在直线 MN 上，且 $OE = OF$ 。根据以上信息，

- (1) 请说出图中共有几对全等三角形？
- (2) 证明： $\angle EAM = \angle NCF$



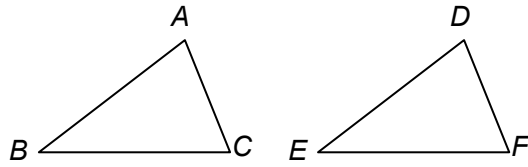
6.如图，在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中，有下列四个等式：① $AB = AC$ ② $AD = AE$ ③ $\angle 1 = \angle 2$ ④ $BD = CE$ 。请你以其中三个等式作为题设，余下的作为结论，写出一个真命题（要求写出已知，求证及证明过程）。



●体验中考

1. (2009 江苏省) 如图, 给出下列四组条件:

- ① $AB = DE, BC = EF, AC = DF$;
- ② $AB = DE, \angle B = \angle E, BC = EF$;
- ③ $\angle B = \angle E, BC = EF, \angle C = \angle F$;
- ④ $AB = DE, AC = DF, \angle B = \angle E$.

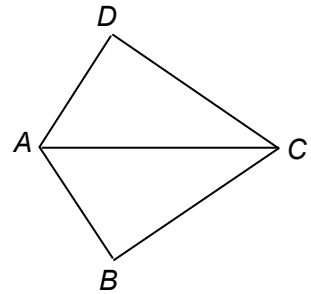


其中, 能使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的条件共有 ()

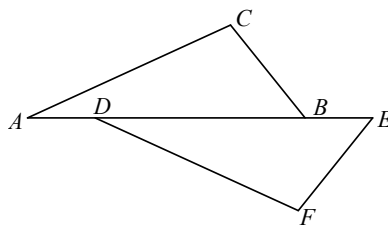
- A. 1 组 B. 2 组 C. 3 组 D. 4 组

2. (2009 江西省) 如图, 已知 $AB = AD$ 那么添加下列一个条件后, 仍无法判定 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ 的是 ()

- A. $CB = CD$ B. $\angle BAC = \angle DAC$
 C. $\angle BCA = \angle DCA$ D. $\angle B = \angle D = 90^\circ$



3. (2009 年浙江省) 已知命题: 如图, 点 A, D, B, E 在同一条直线上, 且 $AD = BE, \angle A = \angle FDE$, 则 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$. 判断这个命题是真命题还是假命题, 如果是真命题, 请给出证明; 如果是假命题, 请添加一个适当条件使它成为真命题, 并加以证明.



参考答案：

随堂检测：

- 1、D.解析：结合对顶角相等,它们都符合 SAS 判定方法 答案：D
- 2、B.解析：注意条件间的对应关系 答案：B
- 3、SSS.解析：DH 为两个三角形的公共边 答案：SSS
- 4、本题主要考查三角形全等的判别方法的理解.根据已知条件结合图形思考全等三角形的判别方法是解决问题的关键.

解：根据判别方法 ASA，可补充条件 $\angle B = \angle DEF$ ；根据判别方法 AAS，可补充条件 $\angle A = \angle D$ ；根据判别方法 SAS，可补充条件 $AC = DF$.

提示：补充三角形全等的一个条件，主要根据已知条件和图形中的隐含条件，依据全等三角形的判别方法进行补充.

拓展提高：

- 1、A.解析：等腰三角形的两腰相等，A 中已知三条边长
- 2、B.解析：AAA 不能判定全等，要利用直角三角形中的隐含的条件：有一个角是 90°
- 3、B.解析： $\triangle ABD \cong \triangle ACE$
- 4、 95° .解析：全等三角形的对应角相等，根据该性质可得 $\angle OAD = \angle OBC$.借助三角形的内角和可求得 $\angle OBC$ 的度数
- 5、本题的全等三角形不止一个，因此应根据条件和有可能全等的三角形进行一一筛选。

解：（1）有四对全等三角形，分别为

$$\textcircled{1} \quad \triangle AMO \cong \triangle CNO,$$

$$\textcircled{2} \quad \triangle OCF \cong \triangle OAE,$$

$$\textcircled{3} \quad \triangle AME \cong \triangle CNF,$$

$$\textcircled{4} \quad \triangle ABC \cong \triangle CDA;$$

（2）证明： $\because AO = OC, \angle 1 = \angle 2, OE = OF,$

$$\therefore \triangle AME \cong \triangle CNF,$$

$$\therefore \angle EAO = \angle FCO.$$

$$\therefore AB \parallel CD$$

$$\therefore \angle BAO = \angle DCO,$$

$$\therefore \angle EAM = \angle NCF .$$

评注：本题属于结论开放题，必须将正确的结论找对、找全。

6、此题为探索、猜想、判断并证明的试题，我们要认真观察、作出判断再加以说明。考题提供了四个论断，让我们创编一道“知其三可推一”的数学问题。我们的思路就是按着两个三角形全等的条件是 SAS，ASA，AAS，SSS 逐一验证。通过验证发现①②④满足“SSS”，得 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ，有 Error: Reference source not found $\angle 1 = \angle 2$ ；① Error: Reference source not found ③满足“SAS”，得 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ，有 Error: Reference source not found $BD = CE$ 。②③④和①③ Error: Reference source not found 满足“SSA”得不出三角形全等。故符合要求的问题有两个。

现列举一个：

已知：如图，在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中 $AB = AC$ ， $AD = AE$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，则 $BD = CE$ 。

证明：在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中，由 $\angle 1 = \angle 2$ ，得 $\angle BAD = \angle CAE$ 。又 $AB = AC$ ， $AD = AE$ ，所以 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ，所以 $BD = CE$ 。

体验中考：

1、C.解析：④属于边边角，不成立 答案：C

2、C.解析：C 中条件和已知条件 $AB = AD$ ， $AC = AC$ 不能判定两个三角形全等

3、解：是假命题.

以下任一方法均可：

① 添加条件： $AC = DF$.

证明： $\because AD = BE$,

$\therefore AD + BD = BE + BD$ ，即 $AB = DE$1 分

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，

$$\begin{cases} AB = DE, \\ \angle A = \angle FDE, \\ AC = DF, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (SAS)$.

② 添加条件： $\angle CBA = \angle E$.

证明： $\because AD = BE$,

$\therefore AD+BD=BE+BD$,即 $AB=DE$.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle FDE, \\ AB = DE, \\ \angle CBA = \angle E, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF(ASA)$.

③ 添加条件： $\angle C = \angle F$.

证明： $\because AD=BE$,

$\therefore AD+BD=BE+BD$,即 $AB=DE$. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle FDE, \\ \angle C = \angle F, \\ AB = DE, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF(AAS)$