

2010—2011 学年度第一学期散水头中学八年级数学 第十七章实数单元检测

知识与技能

1. 填空：

(1) $x^2 = 64$, 则 $x =$ _____.

(2) $\sqrt{(-9)^2}$ 的平方根是 _____.

(3) -0.008 的立方根的平方是 _____.

(4) 若分式 $\frac{\sqrt{3-x}}{3-|x|}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 _____.

(5) _____ 和 _____ 统称为实数.

(6) $3.1415, 0.2004004, 2.151151115\dots, 0.262626\dots, \sqrt{5}, \sqrt[3]{\frac{7}{9}}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[3]{-64}, \pi^2$ 中, 有理数为 _____.

(7) 式子① $\sqrt{x^2+1} = \sqrt{x+1} \times \sqrt{x-1}$, ② $\sqrt{x^2} = |x|$, ③ $\sqrt{x^2} = (\sqrt{x})^2$, ④ $\sqrt[3]{x} = \sqrt{x^2}$ 中, 一定成立的有 _____ (填序号)

(8) 式子 $\sqrt{13}, \sqrt{\frac{1}{5}}, \sqrt{0.2}, \sqrt{56}, \sqrt{0.81}$ 中, 最简二次根式有 _____ 个.

2. 求下列各式的平方根和算术平方根：
 $9, 14400, \frac{169}{289}, 5\frac{1}{16}, \frac{7}{2}, \left(-\frac{9}{11}\right)^2$.

3. 求下列各数的立方根：
 $\frac{125}{8}, -\frac{1}{27}, 0.729, 64, -216 \times 10^3$.

4. 求下列各式的值：

(1) $\pm\sqrt{\frac{1}{4}}$;

(2) $\sqrt{5\frac{4}{9}}$;

(3) $\sqrt[3]{-\frac{1}{64}}$;

(4) $\sqrt[3]{0.001}$;

(5) $-\sqrt[3]{(-7)^3}$.

5. 比较下列各组数的大小：

(1) $2\sqrt{15}$ 与 $3\sqrt{6}$;

(2) $-\sqrt{10}$ 与 $-\frac{19}{6}$;

(3) $\sqrt{3}$ 与1.732;

(4) $3\sqrt{10}$ 与 3π .

6. 用计算器求下列各式的值（精确到0.01）：

(1) $\sqrt{3.62}$;

(2) $-\sqrt{\frac{7}{8}}$;

(3) $\sqrt[3]{-0.81}$;

(4) $\sqrt[3]{327.8}$;

(5) $-\sqrt{512}$.

7. 计算下列各式：（结果精确到0.01，可用计算器）

(1) $\sqrt{3} \times \sqrt{5} + 1$;

(2) $2\sqrt{6} + \pi - \frac{22}{7}$;

(3) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt[3]{5}}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$;

(4) $\left(6 - \frac{\sqrt{5}}{2}\right) \div \sqrt[3]{7}$.

8. 化简下列各式：

(1) $\sqrt{125} + 3\sqrt{\frac{2}{27}} - 4\sqrt{216} + \sqrt{1\frac{4}{5}}$;

$$(2) (2\sqrt{3} - 2)^2;$$

$$(3) \frac{2}{3}\sqrt{3\frac{3}{4}} \times (-9\sqrt{45});$$

$$(4) (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(5\sqrt{2} + 4\sqrt{3});$$

$$(5) \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} \times \sqrt{(1+\sqrt{3})^2};$$

$$(6) \left(\frac{2}{3}\sqrt{15} - \sqrt{20}\right) \div \frac{1}{3}\sqrt{5}.$$

9. 在实数范围内分解下列因式:

$$(1) y^4 - 6y^2 + 5;$$

$$(2) x^2 - 11;$$

$$(3) a^2 - 2\sqrt{3}a + 3;$$

$$(4) 5x^2 - 2.$$

数学思考

1. 对于题目“化简并求值: $\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2$. 其中, $a = \frac{1}{5}$ ”, 甲、乙两人的解答不同.

甲的解答:
$$\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2 = \frac{1}{a} + \sqrt{\left(\frac{1}{a} - a\right)^2} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a} - a = \frac{2}{a} - a = \frac{49}{5}.$$

乙的解答:
$$\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2 = \frac{1}{a} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} = \frac{1}{a} + a - \frac{1}{a} = \frac{1}{5}.$$

谁的解答是错误的?为什么?

2. 观察下面的各个等式:

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2} - 1, \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} = \sqrt{4} - \sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}} = \sqrt{5} - \sqrt{4}, \dots$$

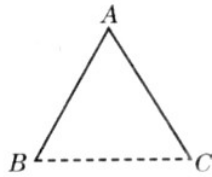
从上述等式中找出规律,并用这一规律计算:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2004}+\sqrt{2003}}\right)(\sqrt{2004}+1) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

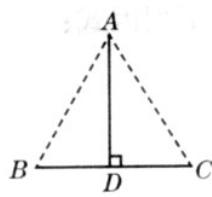
解决问题

1. 已知一个正方形边长是 3cm，另一个正方形的面积是它面积的 5 倍。求第二个正方形的边长。

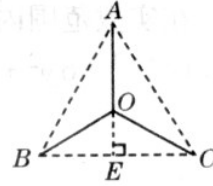
2. 由于水资源缺乏，B，C 两地不得不从黄河上的扬水站 A 处引水，这就需要在 A，B，C 之间铺设地下输水管道。有人设计了 3 种铺设方案（图中实线表示管道铺设线路）。在图（2）中， $AD \perp BC$ 于点 D，且 $BC=DC$ ；在图（3）中， $OA=OB=OC$ ，且 AO 的延长线交 BC 于点 E， $AE \perp BC$ ， $BE=EC$ ， $OE = \frac{1}{2}OB$ 。为减少渗漏，节约水资源，并降低工程造价，铺设线路应尽量缩短。若 $\triangle ABC$ 恰好是一个边长为 a 的等边三角形，请你通过计算，判断哪一个铺设方案最好。



图(1)



图(2)



图(3)

答案

1. (1) ± 8 (2) ± 9 (3) 0.04 (4) $x < 3$ 且 $x \neq -3$ (5) 有理数，无理数

(6) 3.1415, 0.2004004, 0.262 262..., $\sqrt{1\frac{7}{9}}$, $\sqrt[3]{-64}$ (7) ② (8) 1

2. ± 3 和 3, ± 120 和 120, $\pm \frac{13}{17}$ 和 $\frac{13}{17}$, $\pm \frac{9}{4}$ 和 $\frac{9}{4}$, $\pm \frac{\sqrt{14}}{2}$ 和 $\frac{\sqrt{14}}{2}$, $\pm \frac{9}{11}$ 和 $\frac{9}{11}$.

3. $\frac{5}{2}$, $-\frac{1}{3}$, 0.9, 4, -60.

4. (1) $\pm \frac{1}{2}$ (2) $\frac{7}{3}$ (3) $-\frac{1}{4}$ (4) 0.1 (5) 7

5. (1) $2\sqrt{15} > 3\sqrt{6}$ (2) $-\sqrt{10} > -\frac{19}{6}$ (3) $\sqrt{3} > 1.732$ (4) $3\sqrt{10} > 3\pi$

6. (1) 1.90 (2) -0.94 (3) -0.93 (4) 6.90 (5) -22.63

7. (1) 4.87 (2) 4.90 (4) -0.06 (4) 2.55

8. (1) $\frac{28}{5}\sqrt{5} - \frac{71}{3}\sqrt{6}$ (2) $16 - 8\sqrt{3}$ (3) $-45\sqrt{3}$ (4) $-2\sqrt{6} - 6$ (5) 2
(6) $2\sqrt{3} - 6$

9. (1) $(y+1)(y-1)(y+\sqrt{5})(y-\sqrt{5})$

$$(2) (x + \sqrt{11})(x - \sqrt{11}) \quad (3) (a - \sqrt{3})^2$$

$$(4) (\sqrt{5x + \sqrt{2}})(\sqrt{5x - \sqrt{2}})$$

数学思考

1. 乙的错误。因为当 $a = \frac{1}{5}$ 时, $a - \frac{1}{a} < 0$.

2. 规律:

$$\frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \quad (n \text{ 是整数, 且 } n \geq 1).$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2004}+\sqrt{2003}} \right) (\sqrt{2004}+1) \\ &= (\sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \dots + \sqrt{2004}-\sqrt{2003}) (\sqrt{2004}+1) \\ &= (\sqrt{2004}-1) (\sqrt{2004}+1) = 2003 \end{aligned}$$

解决问题

1. $3\sqrt{5} \text{ cm}$

2. 图 (1) 中, 管道长为 $2a$. 图 (2) 中,

$$AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{1}{2}a\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a, \quad \text{管道长为 } a + \frac{\sqrt{3}}{2}a. \quad \text{图 (3) 中, 设}$$

$$OE = x, \text{ 则 } OB = 2x, \text{ 由勾股定理得 } (2x)^2 - x^2 = \left(\frac{1}{2}a\right)^2, \quad \text{解得 } x = \frac{\sqrt{3}}{6}a, \quad \text{所以 } OB = \frac{\sqrt{3}}{3}a,$$

$$\text{管道长为 } \frac{\sqrt{3}}{3}a \times 3 = \sqrt{3}a. \quad \text{因为 } 2a > a + \frac{\sqrt{3}}{2}a > \sqrt{3}a, \quad \text{所以图 (3) 的辅助设方案最好}$$