第六章证明水平测试

一、试试你的身手（每小题 3 分，共 24 分）

1．举出反例说明“如果 $AB=BC$ ，那么点 C 是 AB 的中点”是个假命题：________．

2．把命题“对顶角相等”改写成“如果…，那么…”的形式________．

3．$\triangle ABC$ 的三个外角度数比为 3:4:5，则它的三个内角度数分别为．

4．如图 1 所示，$\angle 1+\angle 2=180^\circ$，若 $\angle 3=50^\circ$，则 $\angle 4=$________．

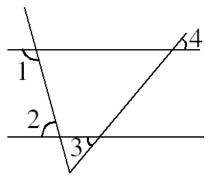

图 1

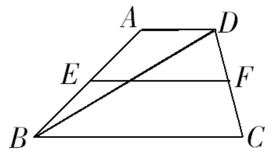

图 2

5．如图 2 所示，$AD\parallel EF\parallel BC$，$\angle BDC=\angle DFE=75^\circ$，则 $\angle DBC=$________．

6．如图 3 所示，$\triangle ABC$ 中，$\angle ACD=115^\circ$，$\angle B=55^\circ$，则 $\angle A=$__________，$\angle ACB=$________．

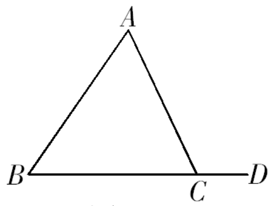

图 3

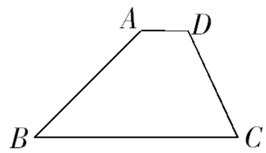

图 4

7．在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线交于点 I，若 $\angle A=60^\circ$，则 $\angle BIC=$ ．

8．如图 4，$AD\parallel BC$，$\angle A=135^\circ$，$\angle C=65^\circ$．则 $\angle B$ 与 $\angle D$ 的度数和是________．

二、相信你的选择（每小题 3 分，共 30 分）

1．下列语句是命题的是（　　）

A．你吃过午饭了吗？

B．过点 A 作直线 MN

C．同角的余角相等

D．红扑扑的脸蛋

2．下列命题是真命题的是（　　）

A．同旁内角互补

B．直角三角形的两锐角互余

C．三角形的一个外角等于它的两个内角之和

D．三角形的一个外角大于内角

3．命题“垂直于同一条直线的两条直线互相平行”的条件是（　　）

A．垂直

B．两条直线

C．同一条直线

D．两条直线垂直于同一条直线

4．已知$\triangle ABC$的三个内角度数比为2:3:4，则这个三角形是（　　）

A．锐角三角形　　B．直角三角形　　C．钝角三角形　　D．等腰三角形

5．如果$\angle A$和$\angle B$的两边互相平行，则$\angle A$和$\angle B$（　　）

A．相等　　B．互补　　C．相等或互补　　D．无法确定

6．如图5，下列条件中，不能判定直线$AB \parallel CD$的是（　　）

A．$\angle BAD = \angle ADC$　　B．$\angle AEC = \angle ADC$

C．$\angle AEF = \angle GCE$　　D．$\angle AEC + \angle GCE = 180^\circ$

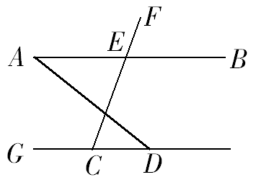

图 5

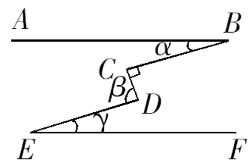

图 6

7．如图6，$AB \parallel EF$，$\angle C = 90^\circ$，则α，β，γ的关系为（　　）

A．$\beta = \alpha + \gamma$　　B．$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

C．$\beta + \gamma - \alpha = 90^\circ$　　D．$\alpha + \beta - \gamma = 90^\circ$

8．轮船航行到C处时，观测到小岛的方向是北偏西35°那么同时从小岛观测到轮船的方向是（　　）

A．南偏西35°　　B．北偏西35°　　C．南偏东35°　　D．南偏55°

9．两条直线被第三条直线所截，则有（　　）

A．同位角相等　　B．内错角相等

C．同旁内角互补　　D．以上结论都不对

10．如图7，已知BE是$\angle ABD$的角平分线，CF是$\angle ACD$的角平分线，BE、CF交于G，若$\angle BDC = 140^\circ$，$\angle BGC = 110^\circ$，则$\angle A$的大小是（　　）

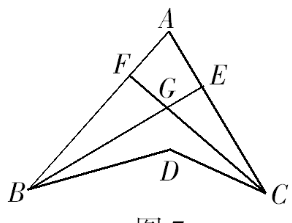

图 7

A．70°　　B．75°　　C．80°　　D．85°

三、挑战你的技能（本大题共54分）

1．（9分）如图8，已知$\triangle ABC$中，$\angle C = \angle ABC = 2\angle A$，$BD \perp AC$，垂足为$D$，求$\angle DBC$的度数．

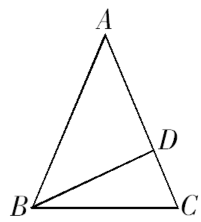

图 8

2．（9分）图9所示为一大型四边形广告牌，此广告牌要求AB、CD两边所在直线成30°角，AD、BC两边所在直线成20°角．你能通过测量$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$、$\angle D$的度数来检测制成的广告牌是否符合要求吗？若不能，说明理由；若能检测，说明具体的操作步骤．

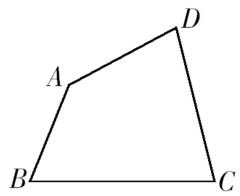

图9

3．（9分）如图10，$\angle A=\angle C$．求证：$\angle ADB=\angle CEB$．

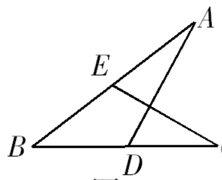

图10

4．（9分）如图11，四边形$ABCD$中，请你利用“三角形内角和定理”证明“四边形的内角和等于360°”．

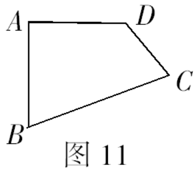

图11

5．（9分）如图12，$\angle AEF=\angle B$，$\angle FEC=\angle GHB$，$HG\perp AB$于G．求证：$CE\perp AB$．

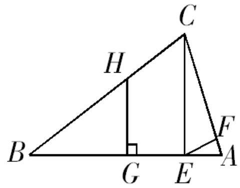

图12

6．（9分）已知：在图13中，$AD\perp BC$于D，$EG\perp BC$于G，且$\angle E=\angle 3$．
求证：AD平分$\angle BAC$．

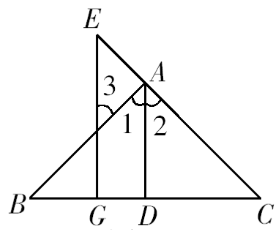

图13

四、拓广探索（本题12分）

四边形是大家最熟悉的图形之一，我们已经发现了它的许多性质，只要善于观察，乐于探索，我们还会发现更多的结论．

（1）如图14中，四边形一条对角线上任意一点与另外两个顶点的连线，将四边形分成四个三角形，其中相对的两个三角形的面积之积相等．你能证明这个结论吗？试试看，已知：在四边形$ABCD$中，O是对角线BD上任意一点．求证：$S_{\triangle OBC} \cdot S_{\triangle OAD} = S_{\triangle OAB} \cdot S_{\triangle OCD}$；

（2）如图15，在$\triangle ABC$中，你能否归纳出类似的结论？若能，写出你猜想的结论，并证明，若不能，说明理由．

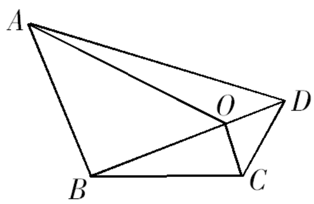

图14

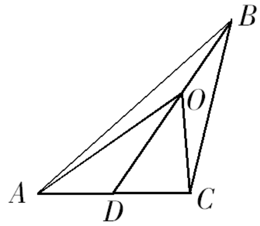

图15

《证明（一）》水平测试题参考答案

一、1．略

2．如果两个角是对顶角，那么这两个角相等

3．90°，60°，30°

4．50°

5．30°

6．60°，65°

7．120°

8．160°

二、1．C　2．B　3．D　4．A　5．C　6．B　7．D　8．C　9．D　10．C

三、1．解：设$\angle A=x^\circ$，依题意，有$x^\circ+2x^\circ+2x^\circ=180^\circ$．

解这个方程，得$x=36$．所以$\angle C=72^\circ$．

在$\triangle BDC$中，

$\angle DBC=180^\circ-90^\circ-72^\circ=18^\circ$．

2．答：能检测．

检测：$\angle B+\angle C=150^\circ$，此时$AB$，$CD$两直线的夹角为30°．

检测：$\angle C+\angle D=160^\circ$，此时$DA$，$CB$两直线的夹角为20°．

依据三角形内角和为180°．

3．因为$\angle A+\angle B+\angle ADB=\angle C+\angle B+\angle CEB$，

又因为$\angle A=\angle C$，$\angle B=\angle B$，

所以$\angle ADB=\angle CEB$．

4．连接AC．因为$\angle B+\angle BAC+\angle ACB=180^\circ$，$\angle D+\angle DAC+\angle ACD=180^\circ$，

所以$(\angle B+\angle BAC+\angle ACB)+(\angle D+\angle DAC+\angle ACD)=180^\circ+180^\circ$．

所以$\angle B+\angle D+(\angle BAC+\angle DAC)+(\angle ACB+\angle ACD)=360^\circ$．

所以$\angle B+\angle D+\angle BAD+\angle BCD=360^\circ$．

即四边形$ABCD$的内角和等于360°．

5．证明：因为$\angle AEF=\angle B$．（已知），

所以$EF\parallel BC$．（同位角相等，两直线平行）

所以$\angle FEC=\angle ECB$．（两直线平行，内错角相等）

因为$\angle FEC=\angle GHB$，（已知）

所以$\angle GHB=\angle ECB$．（等量代换）

所以$CE\parallel HG$．（同位角相等，两直线平行）

所以$\angle CEA=\angle HGA$．（两直线平行，同位角相等）

因为$HG\perp AB$，（已知）

所以$\angle HGA=90^\circ$．（垂直的定义）．

所以$CE\perp AB$．（垂直的定义）

6．证明：$\because AD\perp BC$，$EG\perp BC$，（已知）

$\therefore AD\parallel EG$．（同垂直一直线的两直线平行）

$\therefore \angle 2=\angle E$，（两直线平行，同位角相等）

$\angle 1=\angle 3$．（两直线平行，内错角相等）

又$\because \angle E=\angle 3$，（已知）

$\therefore \angle 1=\angle 2$．（等量代换）

$\therefore AD$平分$\angle BAC$（角平分线定义）．

四、（1）证明：过点A作$AE\perp BD$，过C作$CF\perp BD$交BD于E，F，

则 $S_{\triangle OBC}=\frac{1}{2}OB\cdot CF$，$S_{\triangle OAD}=\frac{1}{2}OD\cdot AE$，$S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}OB\cdot AE$，$S_{\triangle OCD}=\frac{1}{2}OD\cdot CF$ ，

所以 $S_{\triangle OBC}\cdot S_{\triangle OAD}=\frac{1}{2}OB\cdot CF\times\frac{1}{2}OD\cdot AE=\frac{1}{4}OB\cdot OD\cdot CF\cdot AE$ ，

$S_{\triangle OAB}\cdot S_{\triangle OCD}=\frac{1}{2}OB\cdot AE\times\frac{1}{2}OD\cdot CF=\frac{1}{4}OB\cdot OD\cdot AE\cdot CF$ ，

因此 $S_{\triangle OBC}\cdot S_{\triangle OAD}=S_{\triangle OAB}\cdot S_{\triangle OCD}$ ；

（2）能．猜想的结论是 $S_{\triangle ODA}\cdot S_{\triangle OBC}=S_{\triangle OBA}\cdot S_{\triangle ODC}$ ．

证明：过点 A 作 $AE\perp BD$ 交 BD 的延长线于 E，过点 C 作 $CF\perp BD$，交 BD 于 F ．则 $S_{\triangle ODA}=\frac{1}{2}OD\cdot AE$，$S_{\triangle OBC}=\frac{1}{2}OB\cdot CF$，$S_{\triangle OBA}=\frac{1}{2}OB\cdot AE$，$S_{\triangle OCD}=\frac{1}{2}OD\cdot CF$ ，所以

$S_{\triangle ODA}\cdot S_{\triangle OBC}=\frac{1}{2}OD\cdot AE\cdot\frac{1}{2}OB\cdot CF=\frac{1}{4}OB\cdot OD\cdot AE\cdot CF$ ，

$S_{\triangle OBA}\cdot S_{\triangle ODC}=\frac{1}{2}OB\cdot AE\cdot\frac{1}{2}OD\cdot CF=\frac{1}{4}OB\cdot OD\cdot AE\cdot CF$ ．

因此 $S_{\triangle ODA}\cdot S_{\triangle OBC}=S_{\triangle OBA}\cdot S_{\triangle ODC}$ ．