

2019 年莆田市初中毕业班质量检查试卷

数 学

(满分：150 分；考试时间：120 分钟)

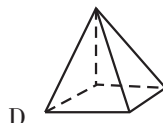
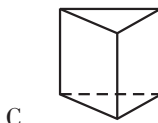
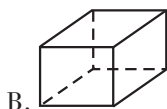
注意：本试卷分为“试题”和“答题卡”两部分，答题时请按答题卡中的“注意事项”要求认真作答，答案填涂或写在答题卡上的相应位置。

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 下列四个数中，最大的数是

- A. -2 B. -1 C. 0 D. $|-3|$

2. 下列几何体中，俯视图为三角形的是

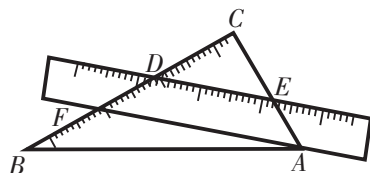


3. 下列式子中，可以表示为 2^{-3} 的是

- A. $2^2 \div 2^5$ B. $2^5 \div 2^2$ C. $2^2 \times 2^5$ D. $(-2) \times (-2) \times (-2)$

4. 将一把直尺和一块含 30° 的直角三角板 ABC 按如图所示的位置放置，若 $\angle CDE = 40^\circ$ ，则 $\angle BAF$ 的大小为

- A. 10° B. 15°
C. 20° D. 25°

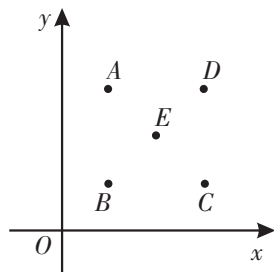


5. 若 $4 < k < 5$ ，则 k 的可能值是

- A. $\sqrt{3^2}$ B. $\sqrt{8}$
C. $2\sqrt{3}$ D. $\sqrt{4} + \sqrt{5}$

6. 点 $E(m, n)$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示，则坐标 $(m+1, n-1)$ 对应的点可能是

- A. A 点 B. B 点
C. C 点 D. D 点



7. 某排球队 6 名场上队员的身高 (单位: cm) 是: 180, 184, 188, 190, 192, 194. 现用一名身高为 186cm 的队员换下场上身高为 192cm 的队员，与换人前相比，场上队员的身高

- A. 平均数变小，中位数变小 B. 平均数变小，中位数变大
C. 平均数变大，中位数变小 D. 平均数变大，中位数变大

8. 下列直线与过 $(-2,0)$, $(0,3)$ 的直线的交点在第一象限的是

A. $x = -3$

B. $x = 3$

C. $y = -3$

D. $y = 3$

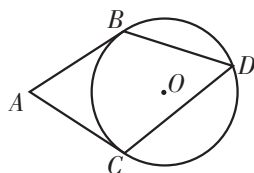
9. 如图, AB , AC 均为 $\odot O$ 的切线, 切点分别为 B , C , 点 D 是优弧 BC 上一点. 则下列关系式中, 一定成立的是

A. $\angle A + \angle D = 180^\circ$

B. $\angle A + 2\angle D = 180^\circ$

C. $\angle B + \angle C = 270^\circ$

D. $\angle B + 2\angle C = 270^\circ$



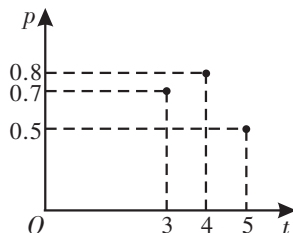
10. 加工爆米花时, 爆开且不糊的粒数占加工总粒数的百分比称为“可食用率”. 在特定条件下, 可食用率 p 与加工时间 t (单位: 分钟) 满足的函数关系为 $p = at^2 + bt + c$ (a, b, c 是常数), 如图记录了三次实验的数据. 根据上述函数模型和实验数据, 可得到最佳加工时间为

A. 4.25 分钟

B. 4.00 分钟

C. 3.75 分钟

D. 3.50 分钟

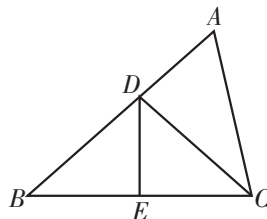


二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

11. 莆田市政府推出“*YouBike* 微笑自行车”的社会公共服务项目, 旨在发展全民健身, 打造健康莆田, 预计 2019 年年底将建设 970 个公共自行车租赁站点, 投入自行车 31000 辆. 将 31000 写成科学记数法为_____.

12. 方程组 $\begin{cases} x-y=2, \\ 2x+y=4 \end{cases}$ 的解是_____.

13. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB+AC=6$, BC 的垂直平分线 DE 交 AB 于点 D , 交 BC 于点 E , 则 $\triangle ACD$ 的周长为_____.



14. 在一个不透明的袋子里, 有 2 个黑球和 1 个白球, 除了颜色外全部相同, 任意摸出两个球, 这两个球中有白球的概率是_____.

15. 尺规作图特有的魅力使无数人沉湎其中. 传说拿破仑曾通过下列尺规作图将圆等分:

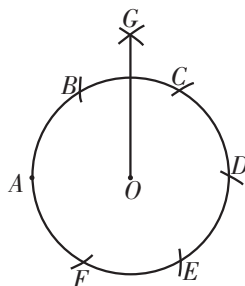
①将半径为 r 的 $\odot O$ 六等分, 依次得到 A, B, C, D, E, F 六个分点;

②分别以点 A, D 为圆心, AC 长为半径画弧, 两弧相交于点 G ;

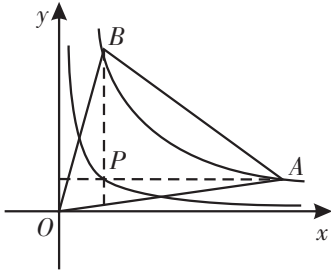
③连接 OG , 以 OG 长为半径, 从点 A 开始, 在圆周上依次截取,

刚好将圆等分. 顺次连接这些等分点构成的多边形面积为

_____.



16. 如图，点 P 为函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 图象上一点，过点 P 作 x 轴、 y 轴的平行线，分别与函数 $y = \frac{10}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于点 A 、 B ，则 $\triangle AOB$ 的面积为_____.



三、解答题：本大题共 9 小题，共 86 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程、正确作图或演算步骤．

17. (本小题满分 8 分)

计算： $\pi^0 - \sqrt[3]{8} + \cos 60^\circ$.

18. (本小题满分 8 分)

求证：角的平分线上的点到角的两边的距离相等.

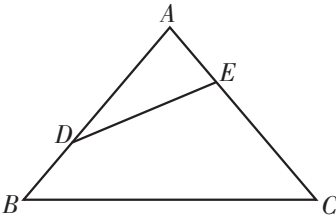
19. (本小题满分 8 分)

化简求值： $\left(\frac{1-2m}{m} + 1\right) \div \frac{1-m^2}{m}$ ，其中 $m = 2$.

20. (本小题满分 8 分)

如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle A = 80^\circ$ ，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上，且 $DA = DE = CE$.

- (1) 求作点 F ，使得四边形 $BDEF$ 为平行四边形；
(要求：尺规作图，保留痕迹，不写作法)
- (2) 连接 CF ，写出图中经过旋转可完全重合的两个三角形，并指出旋转中心和旋转角．

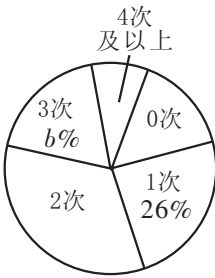


21. (本小题满分 8 分)

我市“木兰溪左岸绿道”工程已全部建成并投入使用，10 公里的河堤便道铺满了彩色的透水沥青，堤岸旁的各类花草争奇斗艳，与木兰溪河滩上的特色花草相映成趣，吸引着众多市民在此休闲锻炼、散步观光. 某小区随机调查了部分居民在一周内前往“木兰溪左岸绿道”锻炼的次数，并制成如图不完整的统计图表.

居民前往“木兰溪左岸绿道”锻炼的次数统计表

锻炼次数	0 次	1 次	2 次	3 次	4 次及以上
人数	7	13	a	10	3



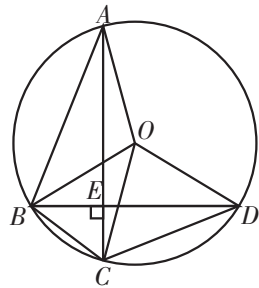
请你根据统计图表中的信息，解答下列问题：

- (1) $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 请计算扇形统计图中“3 次”所对应扇形的圆心角的度数；
- (3) 若该小区共有 2000 名居民，根据调查结果，估计该小区居民在一周内前往“木兰溪左岸绿道”锻炼“4 次及以上”的人数.

22. (本小题满分 10 分)

如图，在 $\odot O$ 中，弦 $AC \perp BD$ 于点 E ，连接 AB ， CD ， BC 。

- (1) 求证： $\angle AOB + \angle COD = 180^\circ$ ；
- (2) 若 $AB = 8$ ， $CD = 6$ ，求 $\odot O$ 的直径。



23. (本小题满分 10 分)

直觉的误差：有一张 $8\text{cm} \times 8\text{cm}$ 的正方形纸片，面积是 64cm^2 。把这些纸片按图 1 所示剪开成四小块，其中两块是三角形，另外两块是梯形。把剪出的 4 个小块按图 2 所示重新拼合，这样就得到了一个 $13\text{cm} \times 5\text{cm}$ 的长方形，面积是 65cm^2 ，面积多了 1cm^2 。这是为什么？

小明给出如下证明：如图 2，可知， $\tan \angle CEF = \frac{8}{3}$ ， $\tan \angle EAB = \frac{5}{2}$ ，

$\therefore \tan \angle CEF > \tan \angle EAB$ ， $\therefore \angle CEF > \angle EAB$ ，
 $\therefore EF \parallel AB$ ， $\therefore \angle EAB + \angle AEF = 180^\circ$ ， $\therefore \angle CEF + \angle AEF > 180^\circ$ ，
因此 A 、 E 、 C 三点不共线。同理 A 、 G 、 C 三点不共线，
所以拼合的长方形内部有空隙，故面积多了 1cm^2 。

- (1) 小红给出的证明思路为：以 B 为原点， BC 所在的直线为 x 轴，建立平面直角坐标系，证明三点不共线。请你帮小红完成她的证明；
- (2) 将 $13\text{cm} \times 13\text{cm}$ 的正方形按上述方法剪开拼合，是否可以拼合成一个长方形，但面积少了 1cm^2 ？如果能，求出剪开的三角形的短边长；如果不能，说明理由。

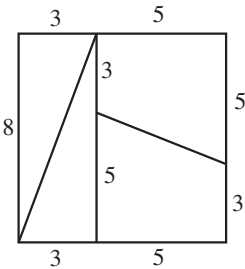


图1

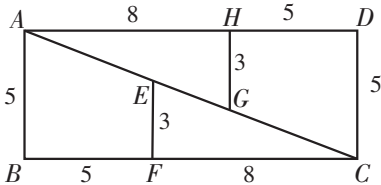


图2

24. (本小题满分 12 分)

如图 1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=BC$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转, 得到 $\triangle ADE$, 旋转角为 $\alpha(0^\circ<\alpha<90^\circ)$, 连接 BD 交 CE 于点 F .

(1) 如图 2, 当 $\alpha=45^\circ$ 时, 求证: $CF=EF$;

(2) 在旋转过程中,

①问 (1) 中的结论是否仍然成立? 证明你的结论;

②连接 CD , 当 $\triangle CDF$ 为等腰直角三角形时, 求 $\tan \frac{\alpha}{2}$ 的值.

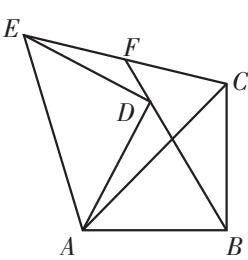


图1

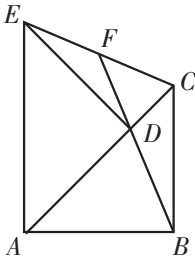


图2

25. (本小题满分 14 分)

函数 $y_1=kx^2+ax+a$ 的图象与 x 轴交于点 A, B (点 A 在点 B 的左侧), 函数 $y_2=kx^2+bx+b$ 的图象与 x 轴交于点 C, D (点 C 在点 D 的左侧), 其中 $k\neq 0, a\neq b$.

(1) 求证: 函数 y_1 与 y_2 的图象交点落在一条定直线上;

(2) 若 $AB=CD$, 求 a, b 和 k 应满足的关系式;

(3) 是否存在函数 y_1 和 y_2 , 使得 B, C 为线段 AD 的三等分点? 若存在, 求 $\frac{a}{b}$ 的值; 若不存在, 说明理由.

本页无试题，可当草稿用

2019 年莆田市初中毕业班质量检查试卷

数学参考答案及评分标准

说明:

(一) 考生的解法与“参考答案”不同时,可参考“答案的评分标准”的精神进行评分.

(二) 如果解答的某一步计算出现错误,这一错误没有改变后续部分的考察目的,可酌情给分,但原则上不超过后面应得分数的二分之一,如果属严重的概念性错误,就不给分.

(三) 以下解答各行右端所注分数表示正确做完该步骤应得的累计分数.

(四) 评分的最小单位 1 分,得分和扣分都不能出现小数点.

一、选择题: 本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. D 2. C 3. A 4. A 5. D 6. C 7. A 8. B 9. B 10. C

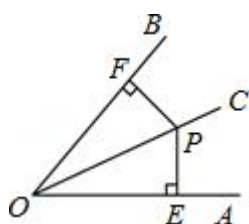
二、填空题: 本大题共 6 小题,每小题 4 分,共 24 分.

11. 3.1×10^4 12. $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$ 13. 6 14. $\frac{2}{3}$ 15. $2r^2$ 16. 24

三、解答题: 本大题共 9 小题,共 86 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程、正确作图或演算步骤.

17. 解: 原式 $= 1 - 2 + \frac{1}{2}$ 6 分
 $= -\frac{1}{2}$ 8 分

18. 已知: 如图, OC 是 $\angle AOB$ 的平分线, P 是 OC 上一点, $PE \perp OA$, $PF \perp OB$, 垂足分别为 E 、 F .
 求证: $PE = PF$2 分



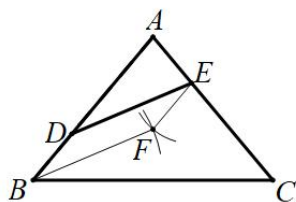
证明: $\because OC$ 是 $\angle AOB$ 的平分线,
 $\therefore \angle POE = \angle POF$,
 $\because PE \perp OA$, $PF \perp OB$,
 $\therefore \angle PEO = \angle PFO$,6 分
 又 $\because OP = OP$,
 $\therefore \triangle POE \cong \triangle POF$,
 $\therefore PE = PF$8 分

19. 解: 原式 $= \frac{1-m}{m} \cdot \frac{m}{(1+m)(1-m)}$ 4 分

$$= \frac{1}{m+1}, \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{当 } m=2 \text{ 时, } \frac{1}{m+1} = \frac{1}{3}. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

20. (1)



$\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

如图, 点 F 为所求作的点. $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

(2) $\triangle ADE$ 和 $\triangle FCE$; 旋转中心为点 E , 旋转角为 100° . $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

21. 解: (1) 17, 20; $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(2) 扇形统计图中“3 次”所对应扇形的圆心角的度数为 $360^\circ \times 20\% = 72^\circ$; $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

(3) 估计该小区居民在一周内前往“木兰溪左岸绿道”锻炼“4 次及以上”的人数为 $2000 \times \frac{3}{50} = 120$ 人. $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

22. (1) 证明: $\because AC \perp BD, \therefore \angle BEC = 90^\circ, \therefore \angle CBD + \angle BCA = 90^\circ, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$\because \angle AOB = 2\angle BCA, \angle COD = 2\angle CBD,$
 $\therefore \angle AOB + \angle COD = 2(\angle CBD + \angle BCA) = 180^\circ; \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(2) 解: 如图, 延长 BO 交 $\odot O$ 于点 F , 连接 AF . $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

则 $\angle AOB + \angle AOF = 180^\circ,$

又由(1)得: $\angle AOB + \angle COD = 180^\circ,$

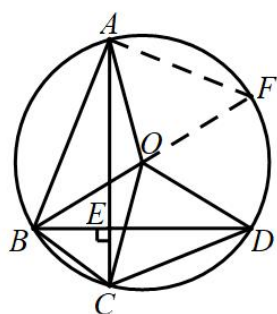
$\therefore \angle AOF = \angle COD,$

$\therefore AF = CD = 6, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

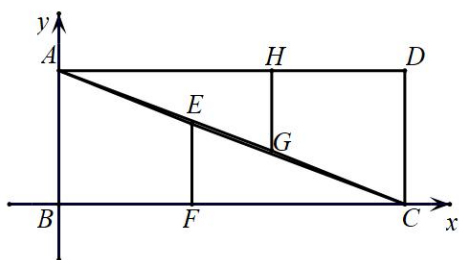
$\because BF$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle BAF = 90^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中, $BF = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$

$\therefore \odot O$ 的直径为 10. $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$



23. 解: (1) 如图, 以点 B 为原点, BC 所在的直线为 x 轴, 建立平面直角坐标系, 则点 $A(0, 5), E(5, 3), C(13, 0), \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$



法一：可得直线 AC ： $y = -\frac{5}{13}x + 5$ ，4 分

当 $x=5$ 时， $y = -\frac{5}{13} \times 5 + 5 = \frac{40}{13} \neq 3$ ，故点 E 不在直线 AC 上，

因此 A 、 E 、 C 三点不共线.

同理 A 、 G 、 C 三点不共线，所以拼合的长方形内部有空隙，故面积多了 1cm^25 分

法二：可得 $AC = \sqrt{13^2 + 5^2} = \sqrt{194}$ ， $AE = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$ ， $CE = \sqrt{8^2 + 3^2} = \sqrt{73}$ ，4 分

由于 $AE + EC \neq AC$ ，故点 E 不在 AC 上，

因此 A 、 E 、 C 三点不共线.

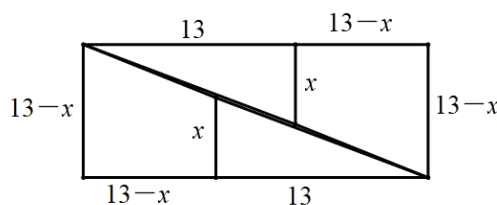
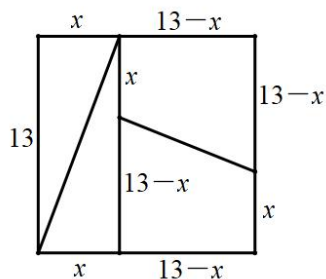
同理 A 、 G 、 C 三点不共线，所以拼合的长方形内部有空隙，故面积多了 1cm^25 分

(2)如图，设剪开的三角形的短边长为 $x\text{cm}$ ，

依题意得： $(13-x)(13+13-x) = 13 \times 13 - 1$ ，8 分

解得 $x_1 = 5$ ， $x_2 = 34$ (舍去)，

故能将 $13\text{cm} \times 13\text{cm}$ 的正方形做这样的剪开拼合，可以拼合成一个 8×21 长方形，但面积少了 1cm^210 分



24. 证明：(1)由旋转 45° ，可知： $\angle ADE = \angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle EAD = \angle CAB = 45^\circ$ ， $AE = AC$ ， $AD = AB$ ，

$\therefore \triangle CAE$ 中， $\angle ACE = \angle AEC = 67.5^\circ$ ，

$\triangle DAB$ 中， $\angle ABD = \angle ADB = 67.5^\circ$ ，1 分

$\therefore \angle FDC = \angle ADB = 67.5^\circ$ ， $\therefore \angle FDC = \angle DCF$ ，

$\therefore CF = DF$ ，2 分

在 $\text{Rt}\triangle EDC$ 中， $\angle CED = \angle EDF = 22.5^\circ$ ，

$\therefore EF = DF$ ，

$\therefore EF = CF$ ；3 分

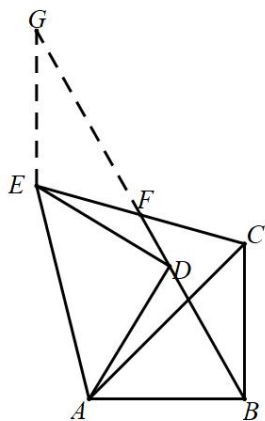
(2)法一：过点 E 作 $EG \parallel CB$ 交 BF 延长线于点 G4 分

$\because AD = AB$ ， $\therefore \angle ADB = \angle ABD$ ，

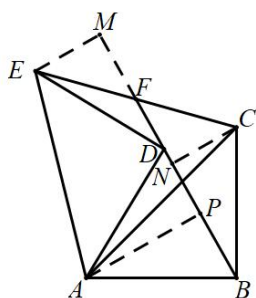
$\because \angle EDG + \angle ADB = \angle CBF + \angle ABD = 90^\circ$ ， $\therefore \angle EDG = \angle CBF$ ，

$\because EG \parallel CB$ ， $\therefore \angle G = \angle CBF$ ， $\therefore \angle EDG = \angle G$ ， $\therefore EG = ED$ ， $\because ED = BC$ ， $\therefore EG = BC$ ，6 分

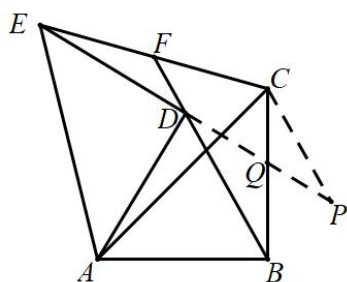
$\therefore \angle EFG = \angle CFB$ ， $\therefore \triangle FEG \cong \triangle FCB$ ， $\therefore EF = CF$ ；7 分



法二：分别过点 A, C, E ，作 $AP \perp BF$ 于点 P ， $CN \perp BF$ 于点 N ， $EM \perp BF$ 交 BF 延长线于点 M 。.....4 分
 证 $\triangle EMD \cong \triangle DPA$ ，得 $EM = PD$ ，
 证 $\triangle APB \cong \triangle BNC$ ，得 $CN = BP$ ，
 又等腰 $\triangle ABD$ 中， $AP \perp BD$ ，得 $PD = PB$ ，故 $EM = CN$ ，.....6 分
 故 $\triangle EMF \cong \triangle CNF$ ，因此 $EF = CF$ ；.....7 分



法三：过点 C 作 $CP \parallel DF$ 交 ED 延长线于点 P ， EP 交 BC 于点 Q 。.....4 分
 由 $\angle EDF = \angle BDQ$ ， $\angle EDF = \angle DBC$ ，得 $\angle BDQ = \angle DBQ$ ，则 $DQ = BQ$ ，
 又 $CP \parallel BD$ ，得 $\angle QCP = \angle QBD$ ， $\angle QPC = \angle QDB$ ，则 $\angle QCP = \angle QPC$ ，可得 $CQ = PQ$ ，
 故 $CQ + QB = PQ + DQ$ ， $PD = BC = DE$ ，.....6 分
 因此 $\frac{EF}{CF} = \frac{ED}{DP} = 1$ ，即 $EF = CF$ ；.....7 分



(3)过点 A 作 $AP \perp BD$ 于点 P 。

$$\because AB = AD, \therefore \angle PAB = \frac{1}{2} \angle DAB = \frac{\alpha}{2},$$

$$\because \angle PAB + \angle PBA = \angle CBD + \angle PBA = 90^\circ, \therefore \angle CBD = \angle PAB = \frac{\alpha}{2}$$

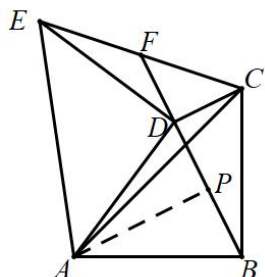
$$\because \frac{AE}{AD} = \frac{AC}{AB} = \sqrt{2}, \angle EAC = \angle DAB, \therefore \triangle AEC \sim \triangle ADB, \therefore \frac{CE}{BD} = \frac{AE}{AD} = \sqrt{2},$$

$$\therefore \angle ACE = \angle ABD, \therefore \angle CFB = \angle CAB = 45^\circ, \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

①当 $\angle CDF=90^\circ$ 时,如图, $\triangle CDF$ 为等腰直角三角形,则 $CF=\sqrt{2}DF$,

$$\because EF=CF, \therefore CF=\frac{\sqrt{2}}{2}BD, \therefore DF=\frac{1}{2}BD,$$

$$\because CD=DF, \therefore CD=\frac{1}{2}BD, \therefore \tan \frac{\alpha}{2} = \tan \angle CBD = \frac{CD}{BD} = \frac{1}{2}; \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$



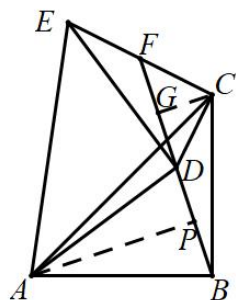
②当 $\angle FCD=90^\circ$ 时,如图, $\triangle CDF$ 为等腰直角三角形,则 $CF=\frac{\sqrt{2}}{2}DF$,过点 C 作 $CG \perp DF$ 于点 G .

$$\because EF=CF, \therefore CF=\frac{\sqrt{2}}{2}BD, \therefore DF=BD,$$

$$\because CG \perp DF, \therefore CG=\frac{1}{2}DF, \therefore CG=\frac{1}{3}BG,$$

$$\therefore \tan \frac{\alpha}{2} = \tan \angle CBG = \frac{CG}{BG} = \frac{1}{3}. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

综上所述: $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{3}$.



25. (1)联立 $\begin{cases} y = kx^2 + ax + a \\ y = kx^2 + bx + b \end{cases}$, $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$$\text{得 } kx^2 + ax + a = kx^2 + bx + b.$$

整理, 得 $(a-b)x=b-a$.

$$\because a \neq b, \therefore x = -1, \therefore \begin{cases} x = -1 \\ y = k \end{cases}. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$\therefore$ 函数 y_1 与 y_2 的图象交点坐标为 $(-1, k)$.

所以该交点落在直线 $x=-1$ 上. $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2)分别令 $y_1=0$, $y_2=0$, 得 $kx^2+ax+a=0$, $kx^2+bx+b=0$.

$$\text{则 } x_{A,B} = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 4ak}}{2k}, \quad x_{C,D} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4bk}}{2k}, \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore AB = \frac{\sqrt{a^2 - 4ak}}{|k|}, \quad CD = \frac{\sqrt{b^2 - 4bk}}{|k|}. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\because AB=CD, \therefore \frac{\sqrt{a^2 - 4ak}}{|k|} = \frac{\sqrt{b^2 - 4bk}}{|k|},$$

$$\therefore a^2 - 4ak = b^2 - 4bk > 0, \therefore (a+b)(a-b) = 4k(a-b).$$

$$\because a \neq b, \therefore a+b=4k \text{ 且 } ab < 0. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

(3)①当点 C 在点 B 左侧, 则 $AC=BC=BD$, $\therefore AB=CD$,

$$\therefore x_C - x_A = x_B - x_C, \therefore 2x_C = x_A + x_B, \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore 2 \cdot \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4bk}}{2k} = \frac{-a - \sqrt{a^2 - 4ak}}{2k} + \frac{-a + \sqrt{a^2 - 4ak}}{2k},$$

$$\therefore a - b = \sqrt{b^2 - 4bk}, \therefore (a-b)^2 = b^2 - 4bk, (a > b).$$

$$\text{又由(2)得 } a+b=4k, \therefore a^2 + b^2 - ab = 0. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{依题意 } b \neq 0, \text{ 得 } \left(\frac{a}{b}\right)^2 - \frac{a}{b} + 1 = 0, \Delta = 1 - 4 = -3 < 0,$$

$$\therefore \text{不存在实数 } a, b, \text{ 使得 } B, C \text{ 为线段 } AD \text{ 的三等分点}. \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

②当点 C 在点 B 右侧, 则 $AB=BC=CD$.

$$\therefore x_B - x_A = x_C - x_B, \therefore 2x_B = x_A + x_C, \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

$$\therefore 2 \cdot \frac{-a + \sqrt{a^2 - 4ak}}{2k} = \frac{-a - \sqrt{a^2 - 4ak}}{2k} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4bk}}{2k},$$

$$\text{由(2)得 } \sqrt{a^2 - 4ak} = \sqrt{b^2 - 4bk}, \text{ 则 } 4\sqrt{a^2 - 4ak} = a - b,$$

$$\text{又 } a+b=4k, \therefore -16ab = a^2 - 2ab + b^2, (a > b),$$

$$\text{整理, 得: } a^2 + 14ab + b^2 = 0. \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$

$$\text{依题意 } b \neq 0, \text{ 得: } \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 14 \cdot \frac{a}{b} + 1 = 0.$$

$$\text{解得: } \frac{a}{b} = \frac{-14 \pm \sqrt{14^2 - 4}}{2} = -7 \pm 4\sqrt{3}, (a > b). \dots\dots\dots 14 \text{ 分}$$

综上所述, 存在这样的函数 y_1, y_2 , 使得 B, C 为线段 AD 的三等分点, 且 $\frac{a}{b} = -7 \pm 4\sqrt{3}, (a > b)$.