

2019 年宁德市初中毕业班质量检测

数 学 试 题

(满分 150 分 考试时间: 120 分钟)

注意事项:

1. 答题前, 考生务必在试题卷、答题卡规定位置填写本人准考证号、姓名等信息. 考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名”与考生本人准考证号、姓名是否一致.
2. 选择题每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 非选择题答案用 0.5 毫米黑色签字笔在答题卡上相应位置书写作答, 在试题卷上答题无效.
3. 作图可先使用 2B 铅笔画出, 确定后必须用 0.5 毫米黑色签字笔描黑.
4. 考试结束, 考生必须将试题卷和答题卡一并上交.

第 I 卷

一、选择题: 本题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 2019 的绝对值是

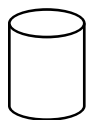
A. $\frac{1}{2019}$

B. 2019

C. $-\frac{1}{2019}$

D. -2019

2. 下列几何体中, 主视图与俯视图相同的是



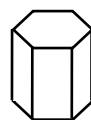
A



B



C



D

3. 下列运算正确的是

A. $a^3 \cdot a^2 = a^6$

B. $a^6 \div a^2 = a^3$

C. $(\sqrt{2})^0 = 0$

D. $3^{-2} = \frac{1}{9}$

4. 若三角形的三边长分别为 3, x , 5, 则 x 的值可以是

A. 2

B. 5

C. 8

D. 11

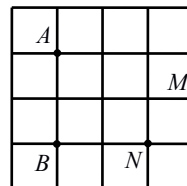
5. 如图, 在 4×4 的正方形网格中, 点 A , B , M , N 都在格点上. 从点 M , N 中任取一点, 与点 A , B 顺次连接组成一个三角形, 则下列事件是必然事件的是

A. 所得三角形是锐角三角形

B. 所得三角形是直角三角形

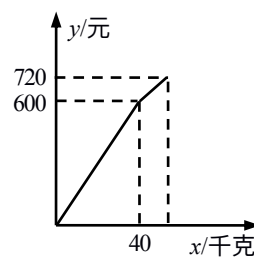
C. 所得三角形是钝角三角形

D. 所得三角形是等腰三角形

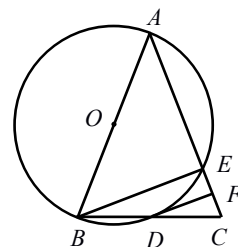


第 5 题图

6. 一元二次方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 根的情况是
 A. 只有一个实数根 B. 有两个相等的实数根
 C. 有两个不相等的实数根 D. 没有实数根
7. 我国古代数学名著《九章算术》有“米谷粒分”题：粮仓开仓收粮，有人送来谷米 1534 石，验得其中夹有谷粒．现从中抽取谷米一把，共数得 254 粒，其中夹有谷粒 28 粒，则这批谷米内夹有谷粒约是
 A. 134 石 B. 169 石 C. 338 石 D. 1365 石
8. 小卖部从批发市场购进一批杨梅，在销售了部分杨梅之后，余下的每千克降价 3 元，直至全部售完．销售金额 y 元与杨梅销售量 x 千克之间的关系如图所示．若销售这批杨梅一共赢利 220 元，那么这批杨梅的进价是
 A. 10 元/千克 B. 12 元/千克
 C. 12.5 元/千克 D. 14.4 元/千克
9. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， $AB=AC$ ， AC 交 $\odot O$ 于点 E ， BC 交 $\odot O$ 于点 D ， F 是 CE 的中点，连接 DF ．则下列结论错误的是
 A. $\angle A = \angle ABE$ B. $BD = DE$
 C. $BD = DC$ D. DF 是 $\odot O$ 的切线
10. 点 $A(2, m)$ ， $B(2, m-5)$ 在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点．若 $\triangle ABO$ 是直角三角形，则 m 的值不可能是
 A. 4 B. 2 C. 1 D. 0



第 8 题图



第 9 题图

第 II 卷

注意事项：

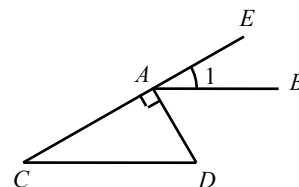
1. 用 0.5 毫米黑色签字笔在答题卡上相应位置书写作答，在试题卷上作答，答案无效。
2. 作图可先使用 2B 铅笔画出，确定后必须用 0.5 毫米黑色签字笔描黑。

二、填空题：本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分。

11. 2018 年国庆假期宁德市接待游客 2 940 000 人次.将数据

2 940 000 用科学记数法表示为_____.

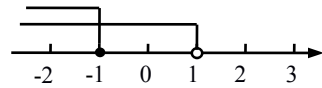
12. 如图， $DA \perp CE$ 于点 A ， $CD \parallel AB$ ， $\angle 1 = 30^\circ$ ，则 $\angle D = \underline{\quad}^\circ$ ．



第 12 题图

13. 学校组织户外研学活动，安排给九年级三辆车，小明与小慧都可以从三辆车中任选一辆搭乘，则小明和小慧搭乘同一辆车的概率是_____.

14. 关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} 2-x>1, \\ \frac{x+5}{2}\leq m \end{cases}$ 中两个不等式的



第 14 题图

解集在同一数轴上的表示如图所示, 则该不等式组解集是_____.

15. 小宇计算分式的过程如图所示, 他开始出现计算错误的是在第_____步. (填序号)

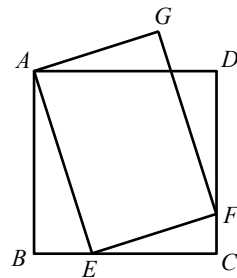
计算: $\frac{x-3}{x^2-1} - \frac{3}{1-x}$

解: 原式 $= \frac{x-3}{(x+1)(x-1)} - \frac{3}{1-x}$...①

$= \frac{x-3}{(x+1)(x-1)} - \frac{3(x+1)}{(x+1)(x-1)}$...②

$= x-3-3(x+1)$...③

$= -2x-6$...④



第 16 题图

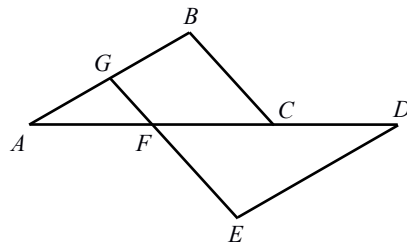
16. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 中, 点 E 是 BC 上的一个动点, $EF \perp AE$ 交 CD 于点 F , 以 AE , EF 为边作矩形 $AEFG$, 若 $AB=4$, 则点 G 到 AD 距离的最大值是_____.

三、解答题: 本题共 9 小题, 共 86 分.

17. (本题满分 8 分) 先化简, 再求值: $(x-3)^2 + x(2+x) - 9$, 其中 $x = -\sqrt{3}$.

18. (本题满分 8 分) 如图, F, C 是 AD 上两点, 且 $AF=CD$; 点 E, F, G 在同一直线上, 且 F, G 分别是 AC, AB 中点, $BC=EF$.

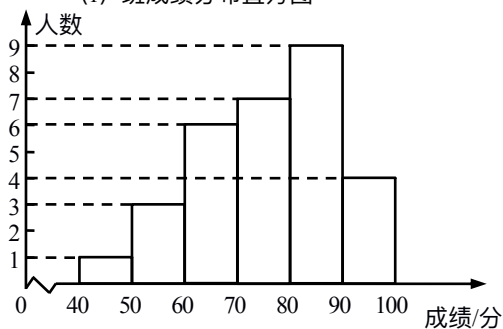
求证: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.



19. (本题满分 8 分) 春晓中学为开展“校园科技节”活动, 计划购买 A 型、B 型两种型号的航模. 若购买 8 个 A 型航模和 5 个 B 型航模需用 2200 元; 若购买 4 个 A 型航模和 6 个 B 型航模需用 1520 元. 求 A, B 两种型号航模的单价分别是多少元.

20. (本题满分 8 分) 某校九年级共有 80 名同学参与数学科托底训练. 其中 (1) 班 30 人, (2) 班 25 人, (3) 班 25 人, 吕老师在托底训练后对这些同学进行测试, 并对测试成绩进行整理, 得到下面统计图表.

(1) 班成绩分布直方图



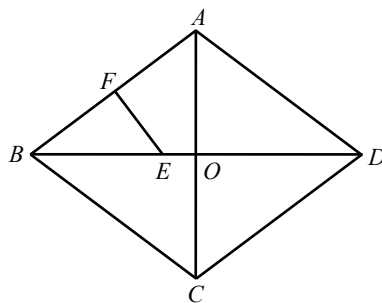
九年级托底成绩统计表

班级	平均数	中位数	众数
(1) 班	75.2	m	82
(2) 班	71.2	68	79
(3) 班	72.8	75	75

- (1) 表格中的 m 落在_____组; (填序号)
 ① $40 \leq x < 50$, ② $50 \leq x < 60$, ③ $60 \leq x < 70$,
 ④ $70 \leq x < 80$, ⑤ $80 \leq x < 90$, ⑥ $90 \leq x \leq 100$.
- (2) 求这 80 名同学的平均成绩;
- (3) 在本次测试中, (2) 班小颖同学的成绩是 70 分, (3) 班小榕同学的成绩是 74 分, 这两位同学成绩在自己所在班级托底同学中的排名, 谁更靠前? 请简要说明理由.

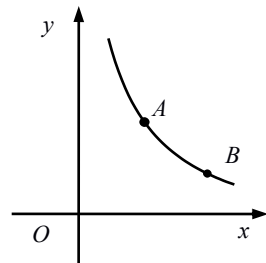
21. (本题满分 8 分) 如图, 点 O 是菱形 $ABCD$ 对角线的交点, 点 E 在 BO 上, EF 垂直平分 AB , 垂足为 F .

- (1) 求证: $\triangle BEF \sim \triangle DCO$;
 (2) 若 $AB=10$, $AC=12$, 求线段 EF 的长.



22. (本题满分 8 分) 已知反比例函数图象上两点 $A(2, 3)$, $B(-2x+2, y_1)$ 的位置如图所示.

- (1) 求 x 的取值范围;
 (2) 若点 $C(-x, y_2)$ 也在该反比例函数的图像上, 试比较 y_1 , y_2 的大小.



23. (本题满分 12 分) 定义: 平面内, 如果一个四边形的四个顶点到某一点的距离都相等, 则称这一点为该四边形的外心.

- (1) 下列四边形: 平行四边形、矩形、菱形中, 一定有外心的是_____;
- (2) 已知四边形 $ABCD$ 有外心 O , 且 A, B, C 三点的位置如图 1 所示, 请用尺规确定该四边形的外心, 并画出一个满足条件的四边形 $ABCD$;
- (3) 如图 2, 已知四边形 $ABCD$ 有外心 O , 且 $BC=8$, $\sin \angle BDC = \frac{4}{5}$, 求 OC 的长.

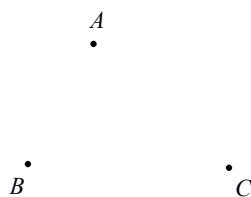


图 1

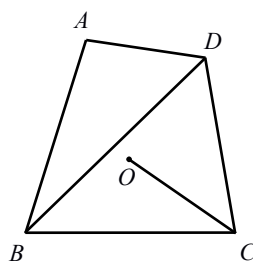
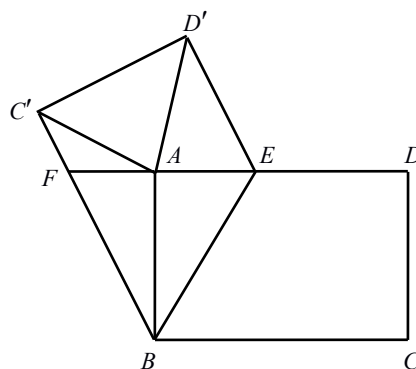


图 2

24. (本题满分 13 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $AD=6$, E 是 AD 边上的一个动点, 将四边形 $BCDE$ 沿直线 BE 折叠, 得到四边形 $BC'DE$, 连接 AC' , AD' .

- (1) 若直线 DA 交 BC' 于点 F , 求证: $EF=BF$;
- (2) 当 $AE = \frac{4}{3}\sqrt{3}$ 时, 求证: $\triangle ACD$ 是等腰三角形;
- (3) 在点 E 的运动过程中, 求 $\triangle ACD$ 面积的最小值.



25. (本题满分 13 分) 如图 1, 已知水龙头喷水的初始速度 v_0 可以分解为横向初始速度 v_x 和纵向初始速度 v_y , θ 是水龙头的仰角, 且 $v_0^2 = v_x^2 + v_y^2$. 图 2 是一个建在斜坡上的花圃场地的截面示意图, 水龙头的喷射点 A 在山坡的坡顶上 (喷射点离地面高度忽略不计), 坡顶的铅直高度 OA 为 15 米, 山坡的坡比为 $\frac{1}{3}$. 离开水龙头后的水 (看成点) 获得初始速度 v_0 米/秒后的运动路径可以看作是抛物线, 点 M 是运动过程中的某一位置. 忽略空气阻力, 实验表明: M 与 A 的高度之差 d (米) 与喷出时间 t (秒) 的关系为 $d = v_y t - 5t^2$; M 与 A 的水平距离为 $v_x t$ 米. 已知该水流的初始速度 v_0 为 15 米/秒, 水龙头的仰角 θ 为 53° .

- (1) 求水流的横向初始速度 v_x 和纵向初始速度 v_y ;
- (2) 用含 t 的代数式表示点 M 的横坐标 x 和纵坐标 y , 并求 y 与 x 的关系式 (不写 x 的取值范围);
- (3) 水流在山坡上的落点 C 离喷射点 A 的水平距离是多少米? 若要使水流恰好喷射到坡脚 B 处的小树, 在相同仰角下, 则需要把喷射点 A 沿坡面 AB 方向移动多少米?

(参考数据: $\sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}$, $\cos 53^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$)

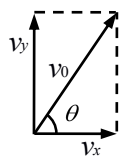


图 1

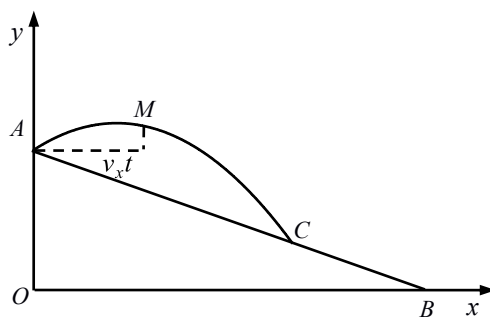


图 2

2019 年宁德市初中毕业班质量检测

数学试题参考答案及评分标准

(1)本解答给出了一种或几种解法供参考,如果考生的解法与本解答不同,可参照本答案的评分标准的精神进行评分.

(2)对解答题,当考生的解答在某一步出现错误时,如果后续部分的解答未改变该题的立意,可酌情给分.

(3)解答右端所注分数表示考生正确作完该步应得的累加分数.

(4)评分只给整数分,选择题和填空题均不给中间分.

一、选择题:(本大题有 10 小题,每小题 4 分,满分 40 分)

1. B 2. C 3. D 4. B 5. D 6. C 7. B 8. A 9. A 10. B

二、填空题:(本大题有 6 小题,每小题 4 分,满分 24 分)

11. 2.94×10^6 12. 60 13. $\frac{1}{3}$ 14. $x \leq -1$ 15. ② 16. 1

三、解答题(本大题共 9 小题,共 86 分.请在答题卡的相应位置作答)

17. (本题满分 8 分)

解: 原式= $x^2 - 6x + 9 + 2x + x^2 - 9$ 4 分

= $2x^2 - 4x$ 5 分

当 $x = -\sqrt{3}$ 时,

原式= $2 \times (-\sqrt{3})^2 - 4 \times (-\sqrt{3})$ 6 分

= $6 + 4\sqrt{3}$ 8 分

18. (本题满分 8 分)

证明: $\because AF = CD$,

$\therefore AF + FC = FC + CD$.

$\therefore AC = FD$ 2 分

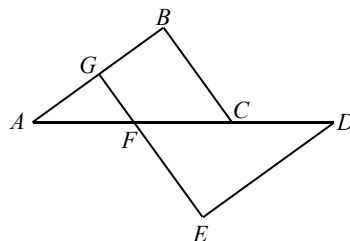
$\because$ 点 F, G 分别是 AC, AB 的中点,

$\therefore GF \parallel BC$ 4 分

$\therefore \angle BCA = \angle EFD$ 5 分

$\because BC = EF$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ 8 分



19. (本题满分 8 分)

解: 设 A 型号航模单价为 x 元, B 型号航模单价为 y 元, 根据题意, 得.....1 分

$$\begin{cases} 8x + 5y = 2200, \\ 4x + 6y = 1520. \end{cases} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

解得 $\begin{cases} x = 200, \\ y = 120. \end{cases} \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

答: A 型号航模的单价为 200 元, B 型号航模的单价为 120 元. 8 分

20. (本题满分 8 分)

解: (1) ④; 2 分

$$\begin{aligned} (2) \bar{x} &= \frac{75.2 \times 30 + 71.2 \times 25 + 72.8 \times 25}{80} \\ &= 73.2 \text{ (分)}. \end{aligned} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

答: 这 80 名同学的平均成绩为 73.2 分;

(3) 小颖同学在自己班级的托底同学中排名更靠前. 6 分

理由: 因为 $70 > 68$, 所以小颖同学成绩处于自己班级托底同学的中上水平;

因为 $74 < 75$, 所以小榕同学成绩处于自己班级托底同学的中下水平, 且这两个班的参加托底训练的人数相同, 所以小颖在自己班级的排名更靠前. 8 分

21. (本题满分 8 分)

解: (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AC \perp BD$, $AB \parallel CD$.

$\therefore \angle FBE = \angle ODC$ 2 分

又 $\because EF$ 垂直平分 AB ,

$\therefore \angle BFE = \angle DOC = 90^\circ$.

$\therefore \triangle BEF \sim \triangle DCO$ 4 分

(2) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore OC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 12 = 6, \quad CD = AB = 10.$$

在 $Rt\triangle DCO$ 中, 根据勾股定理得

$$OD = \sqrt{CD^2 - OC^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8.$$

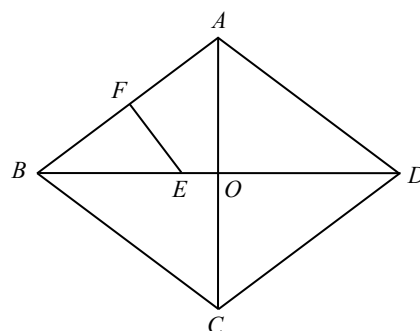
又 $\because EF$ 垂直平分 AB ,

$$\therefore BF = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 10 = 5. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

由 (1) 可知 $\triangle BEF \sim \triangle DCO$,

$$\therefore \frac{EF}{OC} = \frac{BF}{OD}, \text{ 即 } \frac{EF}{6} = \frac{5}{8}.$$

$$\therefore EF = \frac{15}{4}. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$



22. (本题满分 8 分)

解: (1) 根据图象上 A, B 两点的位置可知: $x_B > 2$.

$$\therefore -2x + 2 > 2. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore x < 0. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 解法一: $\because x < 0$,

$$\therefore x_C = -x > 0.$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 在第一象限内.} \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

由 $x_B - x_C$, 得

$$-2x + 2 - (-x)$$

$$= -x + 2.$$

$$\because -x > 0,$$

$$\therefore -x + 2 > 2 > 0.$$

$$\therefore x_B > x_C.$$

$$\therefore 0 < x_C < x_B. \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$\because$ 反比例函数在第一象限内, y 随 x 的增大而减小,

$$\therefore y_2 > y_1. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

解法二: $\because x < 0$,

$$\therefore -x > 0.$$

$$\therefore x_C > 0.$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 在第一象限内.} \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

①若 $x_C = x_B$, 即 $-x = -2x + 2$,

得 $x = 2$, 这与 $x < 0$ 矛盾.

$\therefore$ 点 C 不与点 B 重合.

②若 $x_C > x_B$, 即 $-x > -2x + 2$,

得 $x > 2$, 这与 $x < 0$ 矛盾.

$\therefore$ 点 C 不在点 B 右侧.

③若 $x_C < x_B$, 即 $-x < -2x + 2$,

得 $x < 2$.

$\because x < 0$ 满足 $x < 2$,

$\therefore$ 点 C 在点 B 左侧. (也可由①②直接判断点 C 在点 B 左侧) $\dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

$\because$ 反比例函数在第一象限内, y 随 x 的增大而减小,

$$\therefore y_2 > y_1. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

23. (本题满分 12 分)

解: (1) 矩形. 2 分

(2) 如图 1, 作图正确. 5 分

(作出圆心得 2 分, 确定点 D 得 1 分)

$\therefore$ 所作的点 O 是四边形 $ABCD$ 的外心, 四边形 $ABCD$ 的就是所求作的四边形. 6 分

(3) 解法一: 如图 2, $\because$ 点 O 是四边形 $ABCD$ 的外心,

$\therefore OA=OC=OB=OD$,

$\therefore$ 点 A, B, C, D 都在以 OC 为半径的 $\odot O$ 上. 8 分

连接 OB, BC , 作 $OM \perp BC$ 于点 M .

则 $\angle OMB=90^\circ$, $\angle BOC=2\angle BDC$.

$\because OC=OB$,

$\therefore \angle COM = \frac{1}{2} \angle BOC = \angle BDC$, $CM = \frac{1}{2} BC = 4$ 11 分

$\therefore OC = \frac{CM}{\sin \angle COM} = 4 \div \frac{4}{5} = 5$ 12 分

解法二: 如图 3, $\because$ 点 O 是四边形 $ABCD$ 的外心,

$\therefore OA=OC=OB=OD$,

$\therefore$ 点 A, B, C, D 都在以 OC 为半径的 $\odot O$ 上. 8 分

延长 CO 交 $\odot O$ 于点 E , 连结 EB ,

则 $\angle EBC=90^\circ$, $\angle BEC=\angle BDC$.

$\therefore CE = \frac{BC}{\sin \angle BEC} = 8 \div \frac{4}{5} = 10$ 11 分

$\therefore OC = \frac{1}{2} CE = 5$ 12 分

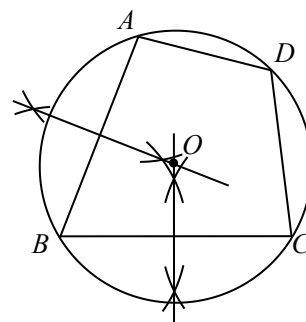


图 1

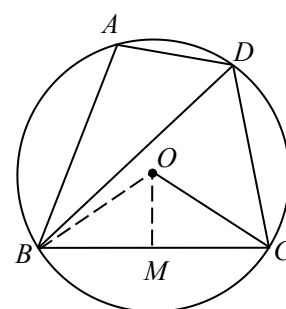


图 2

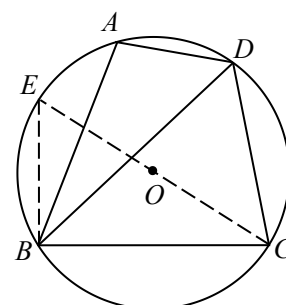


图 3

24. (本题满分 13 分)

解: (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AD \parallel BC$.

$\therefore \angle FEB = \angle EBC$ 2 分

根据对称可得 $\angle FBE = \angle EBC$,

$\therefore \angle FEB = \angle FBE$.

$\therefore BF = EF$ 4 分

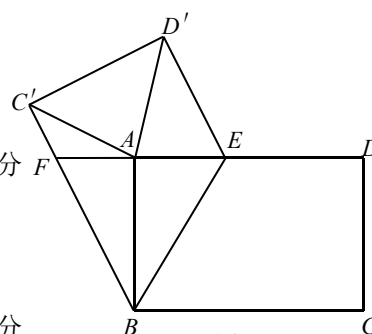


图 1

(2) 解法一: (如图 2)

分别过点 A 作 $AG \perp BC'$ 于点 G , $AH \perp C'D'$ 于点 H ,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore \angle BAD = 90^\circ$.

$$\therefore \tan \angle ABE = \frac{AE}{AB} = \frac{\frac{4}{3}\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$\therefore \angle ABE = 30^\circ$ 5 分

$\therefore \angle FEB = 90^\circ - \angle ABE = 60^\circ$.

$\therefore \angle FBE = \angle FEB = 60^\circ$ 6 分

$\therefore \angle ABG = \angle FBE - \angle ABE = 30^\circ$.

$\therefore AG = \frac{1}{2} AB = 2$ 7 分

根据对称可得 $\angle BC'D' = \angle C = 90^\circ$, $C'D' = CD$.

$\therefore \angle BC'D' = \angle C'GA = \angle C'HA = 90^\circ$.

$\therefore$ 四边形 $AGC'H$ 是矩形.

$\therefore AG = C'H = 2$.

$\therefore AH$ 是 $C'D'$ 的垂直平分线. 8 分

$\therefore AC' = AD'$.

$\therefore \triangle AC'D'$ 是等腰三角形. 9 分

解法二: (如图 3)

延长 $D'A$ 交 BF 于点 G .

同解法一得 $\angle FBE = \angle FEB = 60^\circ$ 6 分

证得 $AF = EA$, 7 分

再证 $\triangle D'AE \cong \triangle GAF$ 8 分

得 $AD' = AG$, 从而得 $AC' = AD' = \frac{1}{2} GD'$ 9 分

解法三: (如图 4)

过点 A 作 $MN \parallel C'D'$ 分别交 BF , DE 于点 M , N ,

同解法一得 $\angle FBE = \angle FEB = 60^\circ$ 6 分

证得 $AF = EA$, 7 分

证 $\triangle AFM \cong \triangle AEN$ 得到 $AM = AN$ 8 分

再证 $\triangle AMC' \cong \triangle AND'$. 得到 $AC' = AD'$ 9 分

解法四: (如图 2-4)

由勾股定理得 $BE = \frac{8}{3}\sqrt{3}$.

设 $BF = x$, 由 (1) 得 $AF = x - \frac{4}{3}\sqrt{3}$.

由勾股定理得 $BF = \frac{8}{3}\sqrt{3}$, $AF = \frac{4}{3}\sqrt{3}$.

$\therefore AF = EA$, $\angle ABF = 30^\circ$ 7 分

以下同各解法.

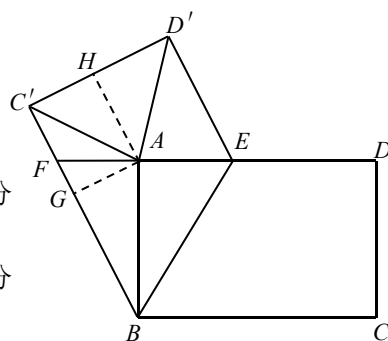


图 2

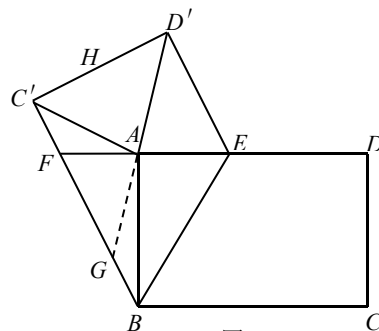


图 3

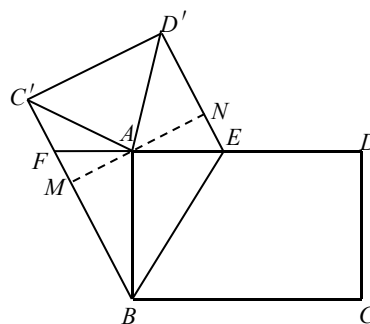


图 4

(3) 解法一: (如图 5) 根据对称可得点 C' 与点 D' 的对称点分别为点 C, D .

作点 A 关于 BE 的对称点点 A' .

由对称性得 $\triangle A'CD \cong \triangle AC'D'$, $BA' = BA$.

$\therefore S_{\triangle A'CD} = S_{\triangle AC'D'}$, 点 A' 落在以点 B 为圆心以 AB 为半径的弧 AM 上. 11 分

设弧 AM 交 BC 于点 M , 过点 A' 作 $A'N \perp CD$ 于 N .

由垂线段最短知 $BA' + A'N \geq BM + MC$.

$\because BA' = BM, \therefore A'N \geq MC$.

$\therefore$ 当点 A' 落在点 M 处时 $\triangle A'CD$ 的面积最小.

即 $\triangle AC'D'$ 的面积最小.

此时 $MC = BC - BM = 2$.

$$S_{\triangle AC'D'} = S_{\triangle A'CD} = \frac{1}{2} MC \cdot DC = 4.$$

$\therefore \triangle AC'D'$ 面积的最小值为 4. 13 分

解法二: (如图 6)

作矩形 $BC'D'J$, 过点 A 作 $AH \perp C'D'$ 于点 H ,

延长 HA 交 BJ 于点 I .

$\therefore AH + AI = HI = BC' = 6$.

$\therefore AH = 6 - AI$.

$\therefore AH$ 随的 AI 增大而减小. 11 分

$\because AI \leq AB$,

$\therefore AI = AB$ 时, AI 取得最大值 4.

此时, AH 取得最小值 2.

$$\therefore S_{\triangle AC'D'} = \frac{1}{2} C'D' \cdot AH = 4.$$

$\therefore \triangle AC'D'$ 面积的最小值为 4. 13 分

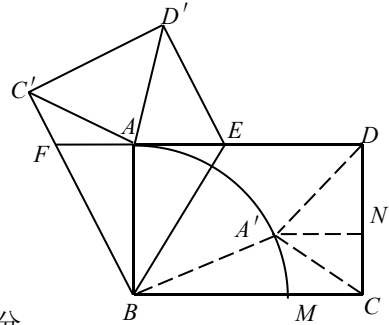


图 5

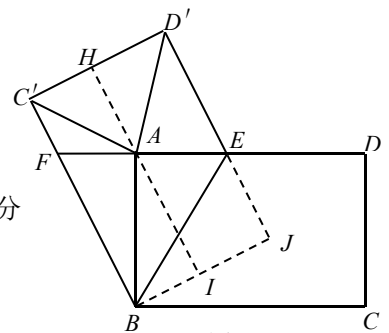


图 6

25. (本题满分 13 分)

解: (1) 如图 1, $\because v_0^2 = v_x^2 + v_y^2, \theta = 53^\circ$.

$$\therefore v_x = v_0 \cos \theta = 15 \times \frac{3}{5} = 9, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$v_y = v_0 \sin \theta = 15 \times \frac{4}{5} = 12. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

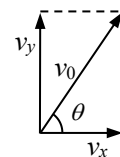


图 1

(2) 由 (1) 得 $v_x = 9, v_y = 12$.

根据题意, 得 $d = v_y t - 5t^2 = 12t - 5t^2, y_M - y_A = d$.

$\therefore$ 点 M 的横坐标为: $x = v_x t = 9t, \text{ ①}$

纵坐标为: $y = d + 15 = -5t^2 + 12t + 15. \text{ ②} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

由①得 $t = \frac{9}{x}$, 代入②得 $y = -\frac{5}{81}x^2 + \frac{4}{3}x + 15. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

(3) $\because$ 坡顶的铅直高度为 15 米, 山坡的坡比为 $\frac{1}{3}$,

$$\therefore OB = 15 \div \frac{1}{3} = 45 \text{ (米)}.$$

$\therefore A$ 点的坐标为 $(0, 15)$, B 点的坐标为 $(45, 0)$.

设线段 AB 的函数关系式为: $y = kx + b$. 将 A, B 两点坐标代入上式, 得

$$\begin{cases} 15 = b, \\ 0 = 45k + b. \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} b = 15, \\ k = -\frac{1}{3}. \end{cases}$$

$\therefore$ 线段 AB 的关系式为: $y = -\frac{1}{3}x + 15$ 10 分

$$\text{由 } \begin{cases} y = -\frac{5}{81}x^2 + \frac{4}{3}x + 15, \\ y = -\frac{1}{3}x + 15. \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x = 27, \\ y = 6. \end{cases}$$

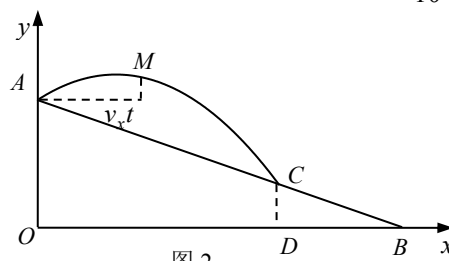


图 2

$\therefore$ 水流在山坡上的落点 C 离喷射点 A 的水平距离是 27 米. 11 分

过 C 点作 $CD \perp x$ 轴, 垂足为 D , 得 $CD=6$, $BD=18$.

在 $Rt\triangle DCO$ 中, 根据勾股定理, 得

$$BC = \sqrt{CD^2 + BD^2} = \sqrt{6^2 + 18^2} = 6\sqrt{10} \text{ (米)}.$$

由平移的性质可得, 需要把喷射点沿坡面 AB 方向移动 $6\sqrt{10}$ 米. 13 分