

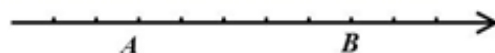
2019 年春季九年级第一次月考数学试题

(满分: 120 分, 考试时长: 120 分钟)

一、单选题 (每题 3 分, 共 30 分)

1. 如图, 数轴的单位长度为 1, 如果点 A 表示的数为 -2, 那么点 B 表示的数是 ().

- A. -1 B. 0 C. 3 D. 4



2. 下列计算正确的是 ().

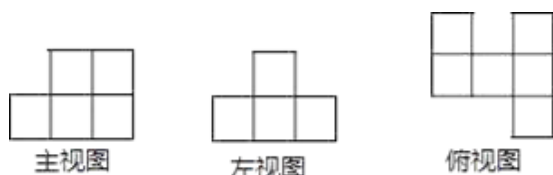
- A. $a + a = a^2$ B. $(2a)^3 = 6a^3$ C. $(a-1)^2 = a^2 - 1$ D. $a^3 \div a = a^2$

3. 首届中国国际进口博览会于 2018 年 11 月 5 日至 10 日在上海国家会展中心举行. 据新华社电, 此次进博会交易采购成果丰硕, 按一年计累计, 意向成交 57830000000 美元, 其中 57830000000 用科学记数法表示应为 ().

- A. 5783×10^7 B. 57.83×10^9 C. 5.783×10^{10} D. 5.783×10^{11}

4. 如图是由棱长为 1 的正方体搭成的某几何体三视图, 则图中棱长为 1 的正方体的个数是 ().

- A. 9
B. 8
C. 7
D. 6



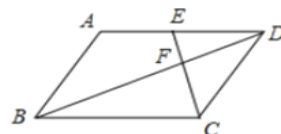
5. 有三张正面分别写有数字 -2, 1, 3 的卡片, 它们背面完全相同, 现将这三张卡片背面朝上洗匀后随机抽取一张, 以其正面数字作为 a 的值, 然后把这张放回去, 再从三张卡片中随机抽一张, 以其正面的数字作为 b 的值, 则点 (a, b) 在第一象限的概率为 ().

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{4}{9}$

6. 如图, 在平行四边形 ABCD 中, E 为 AD 的中点, $\triangle BCF$ 的面积为 4,

则 $\triangle DEF$ 的面积为 ().

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

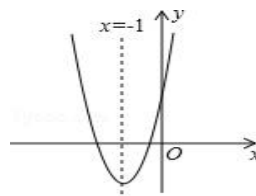


7. 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x = -1$. 有下列结论:

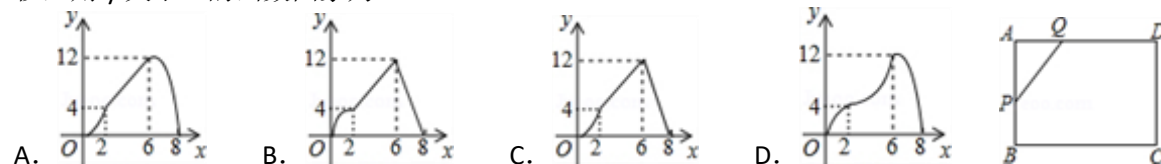
- ① $b^2 = 4ac$ ② $abc > 0$
③ $a > c$ ④ $4a + c > 2b$.

其中结论正确的个数是 ().

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



8. 如图, 矩形 ABCD 的边 $AB = 4$, $BC = 8$, 点 P 从 A 出发, 以每秒 2 个单位沿 A-B-C-D 运动, 同时点 Q 也从 A 出发, 以每秒 1 个单位沿 A-D 运动, $\triangle APQ$ 的面积为 y, 运动的时间为 x 秒, 则 y 关于 x 的函数图象为 ().



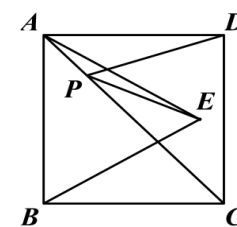
9. 如图所示, 正方形 ABCD 的面积为 12, $\triangle ABE$ 是等边三角形, 点 E 在正方形内, 在对角线 AC 上找到一点 P, 使 $PD + PE$ 的和最小, 则这个和的最小值是 ().

- A. $\sqrt{12}$ B. $\sqrt{24}$ C. 3 D. $\sqrt{6}$

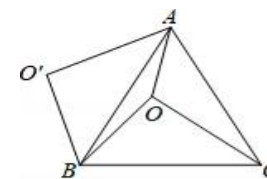
10. 如图, O 是正 $\triangle ABC$ 内一点, $OA = 3$, $OB = 4$, $OC = 5$, 将线段 BO 以点 B 为旋转中心逆时针旋转 60° 得到线段 BO' , 下列结论: ① $\triangle BO'A$ 可以由 $\triangle BOC$ 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到; ② 点 O 与 O' 的距离为 4; ③ $\angle AOB = 150^\circ$; ④ $S_{\text{四边形}AOBO'} = 6 + 4\sqrt{3}$;

⑤ $S_{\triangle AOC} + S_{\triangle AOB} = 6 + \frac{9\sqrt{3}}{4}$, 其中正确的结论是 ().

- A. ①②③⑤ B. ①②③④ C. ①②④⑤ D. ①②③④⑤



第 9 题图



第 10 题图

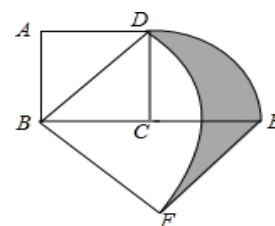
二、填空题 (每题 3 分, 共 18 分)

11. 分解因式: $x^3 - 6x^2 + 9x =$ _____

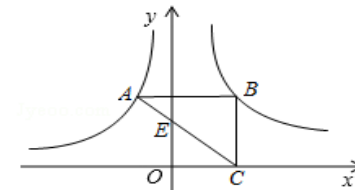
12. 不等式组 $\begin{cases} 2x+3 \leq x+11 \\ \frac{2x+5}{3} - 1 > 2-x \end{cases}$ 的解集为 _____.

13. 要使关于 x 的方程 $\frac{x}{x-4} = 2 + \frac{a}{x-4}$ 的解是正数, 则 a 的取值范围是 _____.

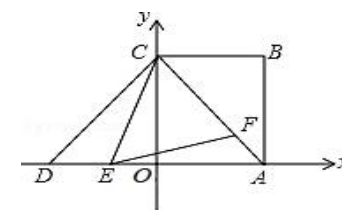
14. 如图, 正方形 ABCD 中, $AB = 2$, 将线段 CD 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到线段 CE, 线段 BD 绕点 B 顺时针旋转 90° 得到线段 BF, 连接 EF, 则图中阴影部分的面积是 _____.



第 14 题图



第 15 题图



第 16 题图

15. 如图, 点 A, B 分别是反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 与 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上的点, 连接 AB, 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴于点 C, 连接 AC 交 y 轴于点 E. 若 $AB \parallel x$ 轴, $AE:EC = 1:2$, 则 k 的值为 _____.

16. 如图, 矩形 ABCD 的顶点 A, C 在平面直角坐标系的坐标轴上, $AB = 4$, $CB = 3$, 点 D 与点 A 关于 y 轴对称, 点 E, F 分别是线段 DA, AC 上的动点 (点 E 不与 A, D 重合), 且 $\angle CEF = \angle ACB$, 若 $\triangle EFC$ 为等腰三角形, 则点 E 的坐标为 _____.

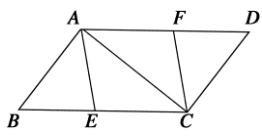
三、解答题（共 72 分）

17.（6 分）先化简，再求值： $(1 - \frac{2}{x+1}) \div \frac{x^2 - 2x + 1}{x+1}$ ，其中 $x = 2\sin 45^\circ + 1$.

18.（8 分）如图，已知点 E，F 分别是平行四边形 ABCD 的边 BC，AD 上的点，且 BE=DF.

(1) 求证：四边形 AECF 是平行四边形；

(2) 若 BC=10， $\angle BAC=90^\circ$ ，且四边形 AECF 是菱形，求 BE 的长.

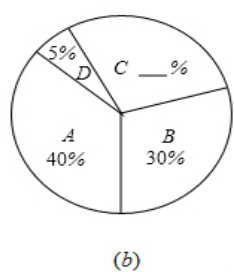
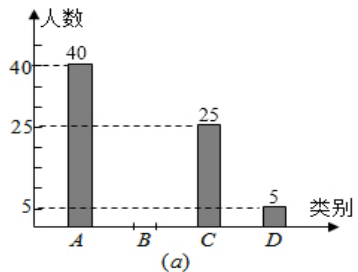


19.（8 分）为了了解某区 2018 年初中毕业生毕业后的去向，某区教育部门对部分初三学生进行了抽样调查，就初三学生的四种去向（A，读普通高中；B，读职业高中；C，直接进入社会就业；D，其它）进行数据统计，并绘制了两幅不完整的统计图（a）、（b）. 请问：

(1) 此次共调查了多少名初中毕业生？

(2) 将两幅统计图中不完整的部分补充完整；

(3) 若某区 2018 年初三毕业生共有 3500 人，请估计 2019 年初三毕业生中读普通高中的学生人数.



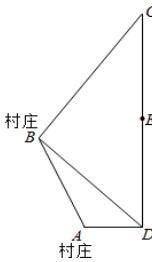
20.（8 分）如图所示，A、B 为两个村庄，AB、BC、CD 为公路，BD 为地，AD 为河宽，且 CD 与 AD 互相垂直. 现在要从 E 处开始铺设通往村庄 A、村庄 B 的一电缆，共有如下两种铺设方案：方案一： $E \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow B$ ；方案二： $E \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$.

经测量得 $AB=4\sqrt{3}$ 千米，BC=10 千米，CE=6 千米， $\angle BDC=45^\circ$ ， $\angle ABD=15^\circ$. 已知：地下电缆的修建费为 2 万元 / 千米，水下电缆的修建费为 4 万元 / 千米.

(1) 求出河宽 AD（结果保留根号）；

(2) 求出公路 CD 的长；

(3) 哪种方案铺设电缆的费用低？请说明你的理由.



21.（10 分）已知关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 2(k+1)x + k - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 .

(1) 求 k 的取值范围；

(2) 是否存在实数 k，使 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1$ 成立？若存在，求出 k 的值；若不存在，请说明理由.

22.（10 分）某企业接到一批产品的生产任务，按要求必须在 15 天内完成. 已知每件产品的售价为 65 元，工人甲第 x 天生产的产品数量为 y 件，y 与 x 满足如下关系：

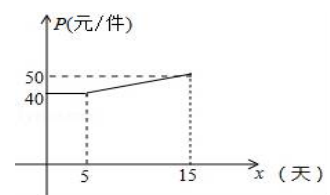
$$y = \begin{cases} 8x & (0 \leq x \leq 5) \\ 5x + 10 & (5 < x \leq 15) \end{cases}$$

(1) 工人甲第几天生产的产品数量为 80 件？

(2) 设第 x 天（ $0 \leq x \leq 15$ ）生产的产品成本为 P 元/件，P 与 x 的函数图象如图，工人甲第 x 天创造的利润为 W 元.

①求 P 与 x 的函数关系式；

②求 W 与 x 的函数关系式，并求出第几天时，利润最大，最大利润是多少？



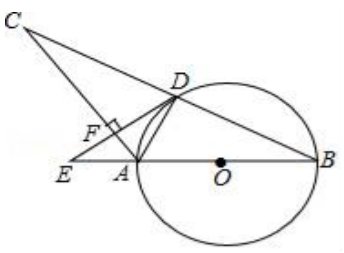
23.（10 分）如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，以 AB 为直径的

$\odot O$ 与 BC 相交于点 D 且 $BD=2AD$ ，过点 D 作 $DE \perp AC$ 交 BA 延长线于点 E，垂足为点 F.

(1) 求 $\tan \angle ADF$ 的值；

(2) 证明：DE 是 $\odot O$ 的切线；

(3) 若 $\odot O$ 的半径 $R=5$ ，求 EF 的长.



24.（12 分）如图，已知抛物线 $y = -\frac{1}{3}x^2 + bx + c$ 经过点 A $(5, \frac{2}{3})$ 、点 B $(9, -10)$ ，与 y 轴交于点 C，点 P 是直线 AC 上方抛物线上的一个动点；

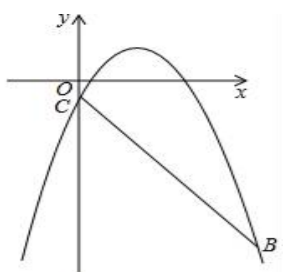
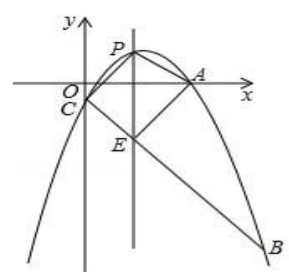
(1) 求抛物线对应的函数解析式；

(2) 过点 P 且与 y 轴平行的直线 l 与直线 BC 交于点 E，当四边形 AECF 的面积最大时，求点 P 的坐标；

(3) 当 $\angle PCB=90^\circ$ 时，作 $\angle PCB$ 的角平分线，交抛物线于点 F.

①求点 P 和点 F 的坐标；

②在直线 CF 上是否存在点 Q，使得以 F、P、Q 为顶点的三角形与 $\triangle BCF$ 相似，若存在，求出点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由.



备用图

参考答案

1. C
2. D
3. C
4. B
5. D
6. A
7. C
8. A
9. A
10. D

14. $6-\pi$

15. 2.

16. $(-2, 0)$ 或 $(\frac{7}{6}, 0)$

19. (1) 100 名 (2) 见解析; (3) 1400 人。

20. (1) $6-2\sqrt{3}$ 千米; (2) 14 千米; (3) 方案一的铺设电缆费用低.

21. (1) $k > -\frac{1}{3}$ 且 $k \neq 0$; (2) 不存在.

22. (1) 第 14 天; (2) ① $P = \begin{cases} 40(0 \leq x \leq 5) \\ x + 35(5 < x \leq 15) \end{cases}$; ② $W = \begin{cases} 200x(0 \leq x \leq 5) \\ -5x^2 + 140x + 300(5 < x \leq 15) \end{cases}$;

第 14 天时, 利润最大, 最大利润为 1280 元.

23. (1) $\frac{1}{2}$; (2) 见解析; (3) $\frac{8}{3}$

24. (1) $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x - 1$; (2) 点 P 坐标为 $(\frac{9}{2}, \frac{5}{4})$; (3) ① P (3, 2), F (6, -1); ② 存在,

理由见解析, 点 Q 的坐标为 (4, -1) 或 (-3, -1)