

2016 南开一模试卷

一、选择题：

1. $-10+3$ 的结果是

- A. -7 B. 7 C. -13 D. 13

2. $3\tan 60^\circ$ 的值为

- A. $\frac{\sqrt{3}}{9}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{3}$

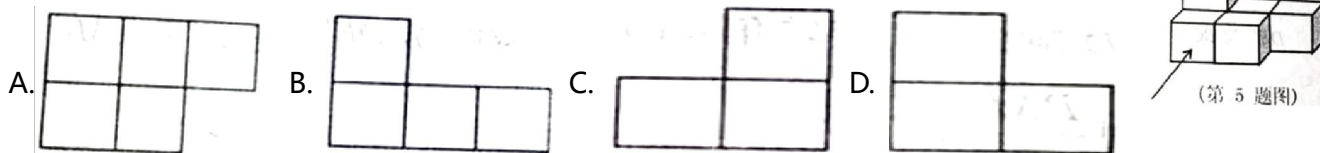
3. 下列图形中，既可以看做是轴对称图形，又可以看做是中心对称图形的是



4. 据海关统计，2015 年前两个月，我国进出口总值为 37900 亿元人民币，将 37900 用科学计数法表示为

- A. 379×10^2 B. 37.9×10^3 C. 3.79×10^4 D. 0.379×10^5

5. 由六个小正方形搭成的几何体如图所示，则它的主视图是

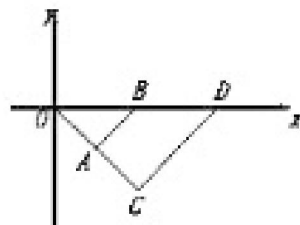


6. 估计 $\sqrt{31} - 2$ 的值

- A. 在 4 和 5 之间 B. 在 3 和 4 之间 C. 在 2 和 3 之间 D. 在 1 和 2 之间

7. 如图， $\triangle OAB$ 与 $\triangle OCD$ 是以点 O 为位似中心的位似图形，相似比为 $1:2$ ， $\angle OCD=90^\circ$ ， $CO=CD$ ，若 $B(1,0)$ ，则点 C 的坐标为

- A. $(1, -2)$ B. $(-2, 1)$ C. $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ D. $(1, -1)$



8. 化简 $\frac{x^2 - 1}{x} \div \frac{x + 1}{x}$ 的结果

- A. $x-1$ B. x C. $\frac{1}{x}$ D. $\frac{1}{x-1}$

9. 若点 (x_1, y_1) ， (x_2, y_2) ， (x_3, y_3) 都是反比例函数 $y = \frac{-a^2 - 1}{x}$ 的图像上的点，并且 $x_1 < 0 < x_2 < x_3$ ，则

下列各式中正确的是

- A. $y_1 < y_3 < y_2$ B. $y_2 < y_3 < y_1$ C. $y_3 < y_2 < y_1$ D. $y_1 < y_2 < y_3$

10. 正六边形的边心距与边长之比为

- A. $1:2$ B. $\sqrt{2} : 2$ C. $\sqrt{3} : 2$ D. $\sqrt{3} : 3$

11. 将一副三角尺 (在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle B=60^\circ$; 在 $\text{Rt}\triangle EDF$ 中, $\angle EDF=90^\circ$, $\angle E=45^\circ$) 如图摆放, 点 D 为 AB 的中点, DE 交 AC 于点 P , DF 经过点 C , 将 $\triangle DEF$ 绕点 D 顺时针方向旋转角 α ($0^\circ < \alpha < 60^\circ$),

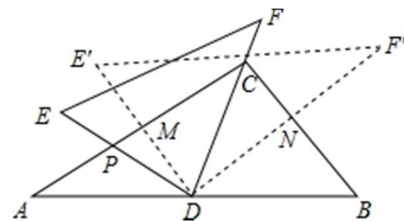
DE' 交 AC 于点 M , DF' 交 BC 于点 N , 则 $\frac{PM}{CN}$ 的值为

A. $\sqrt{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{1}{2}$



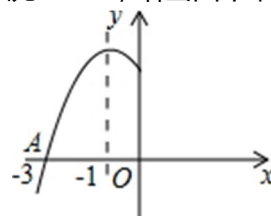
12. 如图, 是二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 图像的一部分, 图像过点 $A(-3, 0)$, 对称轴为 $x = -1$, 给出四个结论: ① $b^2 > 4ac$; ② $2a - b = 0$; ③ $a + b + c = 0$; ④ $5a < b$ 其中正确结论的个数是

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个



二、填空题

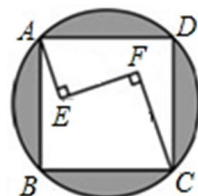
13. 已知 $a + b = 3$, $a - b = -1$, 则 $a^2 - b^2$ 的值为 _____

14. 若二次函数图像的开口向下, 且经过 $(2, -3)$ 点, 符合条件的一个二次函数的解析式为 _____

15. 关于 x 的方程 $(m - 5)x^2 + 4x - 1 = 0$ 有实数根, 则 m 应满足的条件是 _____

16. 在一个不透明的口袋中, 有四个完全相同的小球, 把它们分别标号为 1、2、3、4, 随机的摸取一个小球记下标号后放回, 再随机的摸取一个小球记下标号, 则两次摸取的小球标号和等于 4 的概率为 _____

17. 如图, 在正方形 $ABCD$ 内有一折线段, 其中 $AE \perp EF$, $EF \perp FC$, 并且 $AE = 6$, $EF = 8$, $FC = 10$, 则正方形与其外接圆之间形成的阴影部分的面积为 _____



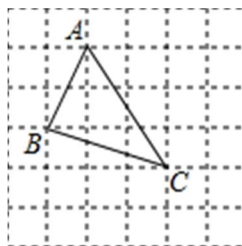
18. 问题背景:

在 $\triangle ABC$ 中, AB 、 BC 、 AC 三边的长分别为 $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{10}$ 、 $\sqrt{13}$, 求这个三角形的面积

小辉同学在解答这道题时, 先建立一个正方形网格 (每个小正方形的边长为 1), 4 网格中画出格点 $\triangle ABC$ (即 $\triangle ABC$ 三个顶点都在小正方形的顶点处), 如图所示。这样不需 $\triangle ABC$ 的高, 而借用网格就能计算出它的面积

(I) 请你将 $\triangle ABC$ 的面积直接填写在横线上 _____

(II) 若 $\triangle ABC$ 三边的长分别为 $\sqrt{m^2 + 16n^2}$ 、 $\sqrt{9m^2 + 4n^2}$ 、 $2\sqrt{m^2 + n^2}$ ($m > 0, n > 0$, 且 $m \neq n$), 运用构图法可求出这三角形的面积为 _____



图①



图②

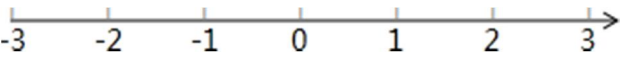
三、解答题

19. (本小题 8 分)

解不等式组
$$\begin{cases} x + 5 \geq 3 & \text{①} \\ \frac{x - 3}{2} < -1 & \text{②} \end{cases}$$

请结合题意填空，完成本题的解答

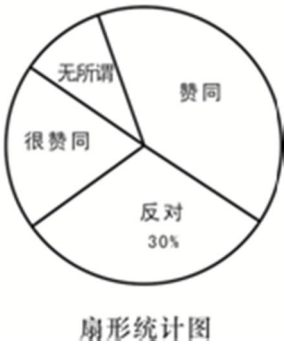
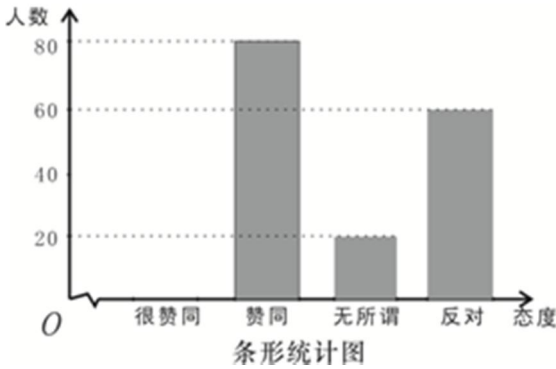
- (I) 解不等式①，得_____
- (II) 解不等式②，得_____
- (III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来



(IV) 原不等式组的解集为_____

20. (本小题 8 分)

随着人民生活水平不断提高，我市“初中生带手机”现象也越来越多，为了了解家长对此现象的态度，某校数学课外活动小组随机调查了若干名学生家长，并将调查结果进行统计，得出如下所示的条形统计图和扇形统计图



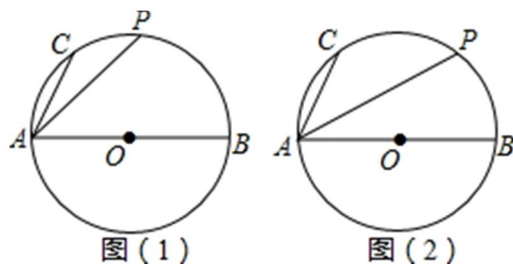
- 问：(I) 这次调查的学生家长总人数为
- (II) 请补全条形统计图，并求出持“很赞同”态度的学生家长占被调查总人数的百分比
- (III) 求扇形统计图中表示学生家长持“无所谓”态度的扇形圆心角的度数

21. (本小题 10 分)

如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 、 P 是弧 AB 上两点, $AB=13$, $AC=5$

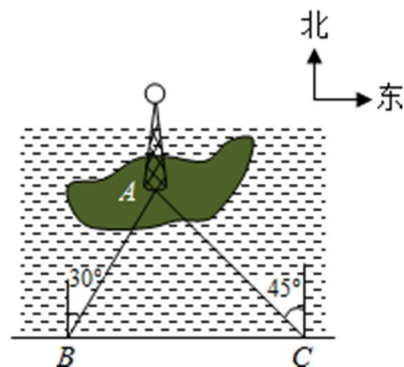
(I) 如图(1), 若点 P 是弧 AB 的中点, 求 PA 的长

(II) 如图(2), 若点 P 是弧 BC 的中点, 求 PA 的长



22. (本小题 10 分)

如图, 眺远亭是水上公园标志性建筑, 其底部中心为 A , 某人在湖岸边的 B 处测得 A 在 B 的北偏东 30° 的方向上, 然后沿湖岸边直行 4 公里到达 C 处, 再次测得 A 在 C 的北偏西 45° 的方向上 (其中 A 、 B 、 C 在同一平面上)。求眺远亭底部中心 A 到湖岸边 BC 的最短距离

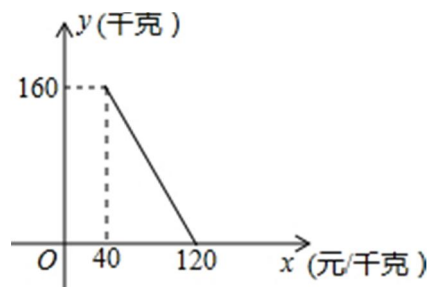


23. (本小题 10 分)

某商店以 40 元/千克的单价新进一批茶叶, 经调查发现, 在一段时间内, 销售量 y (千克) 与销售单价 x (元/千克) 之间的函数关系如图所示

(I) 根据图像求 y 与 x 的函数关系式并写出自变量取值范围

(II) 商店想在销售成本不超过 3000 元的情况下, 使销售利润达到 2400 元, 销售单价定为多少?



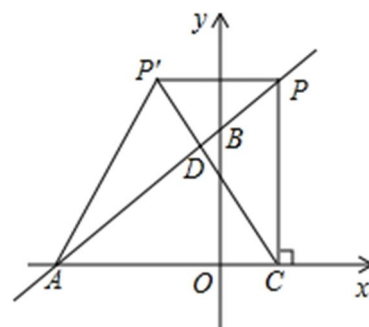
24. (本小题 10 分)

如图，在平面直角坐标系中， O 是坐标原点，点 A 的坐标为 $(-4, 0)$ ，点 B 的坐标为 $(0, b)$ ($b > 0$)。 P 是直线 AB 上一个动点，做 $PC \perp x$ 轴，垂足为 C ，记点 P 关于 y 轴的对称点为 P' ，(点 P' 不在 y 轴上)，连接 PP' ， $P'A$ ， $P'C$ 。设点 P 的横坐标为 a

(I) 当 $b=3$ 时，直线 AB 的解析式为 ；若点 P' 的坐标是 $(-1, m)$ ，则 $m=$

(II) 若点 P 在第一象限，直线 AB 与 $P'C$ 的交点为 D ，当 $P'D : DC = 1 : 3$ 时，求 a 的值

(III) 当点 P 在第一象限时，是否同时存在 a, b ，使 $\triangle P'CA$ 为等腰直角三角形？若存在，请求出所有满足要求的 a, b 的值；若不存在请说明理由



25. (本小题 10 分)

如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = \frac{1}{4}(x - m)^2 - \frac{1}{4}m^2 + m$ 的顶点为 A , 与 y 轴的交点为 B , 连接 AB , $AC \perp AB$, 交 y 轴于点 C , 延长 CA 到点 D , 使 $AD = AC$, 连接 BD , 做 $AE \parallel x$ 轴, $DE \parallel y$ 轴

(I) 当 $m=2$ 时, 求点 B 的坐标;

(II) 求 DE 的长?

(III) ①设点 D 的坐标为 (x, y) , 求 y 关于 x 的函数关系式

②过点 D 作 AB 的平行线, 与第 (III) ①题确定的函数图像的另一个交点为 P , m 为何值时, 以 A, B, D, P 为顶点的四边形是平行四边形?

