



第3课时 余角和补角

名师点金

1. 余角、补角理解要点:

- (1) 互余和互补是指两个角的数量关系,而不是多个角之间的关系.
- (2) 互余、互补的两个角,只与它们的数量(和)有关,与它们的位置无关.

2. 求一个角的余角或补角的方法:

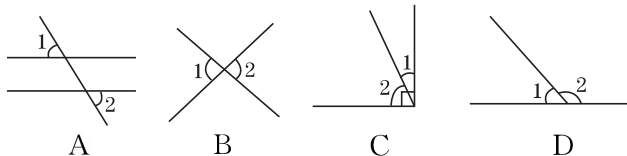
我们在求有关图形的角度问题时,通常把一个角设为未知数,表示出其他角,进而利用方程求解,这时我们用到的便是方程思想.方程思想是指所求问题通过列方程求解的一种思维方法,是解几何问题的重要策略.

I 夯实基础·逐点练 (点拨见185页)

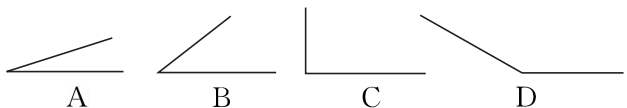
随堂导练

知识点1 余角和补角

1. (2015·株洲) 已知 $\angle\alpha = 35^\circ$, 那么 $\angle\alpha$ 的余角等于(**B**)
A. 35° B. 55° C. 65° D. 145°
2. (2015·金华) 已知 $\angle\alpha = 35^\circ$, 那么 $\angle\alpha$ 的补角的度数是(**C**)
A. 55° B. 65° C. 145° D. 165°
3. (2015·崇左) 下列各图中, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为余角的是(**C**)



4. (2015·玉林) 下面角的图示中, 能与 30° 角互补的是(**D**)

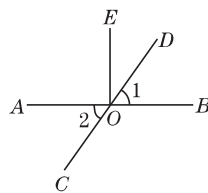


5. 下列说法错误的是(**B**)
A. 互余的两个角都是锐角
B. 一个角的补角大于这个角本身
C. 互为补角的两个角不可能都是锐角
D. 互为补角的两个角不可能都是钝角
6. 下列说法正确的是(**C**)
A. 两个锐角一定互余
B. 锐角和钝角一定互补
C. 互余且相等的两角一定是 45°
D. 同一角的余角与它的补角一定相等

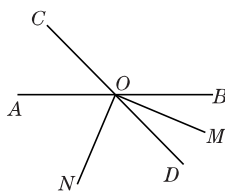
知识点2 余角和补角的有关计算

7. 一个角比它的余角大 10° , 这个角为(**C**)
A. 40° B. 45° C. 50° D. 55°
8. 如图, 直线 AB 与 CD 相交于 O 点, $\angle EOB = 90^\circ$, 则图中 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的关系是(**C**)

- A. 互补 B. 互余 C. 相等 D. 无法确定



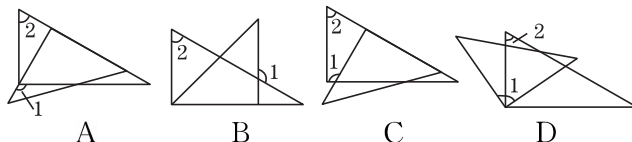
(第8题)



(第10题)

9. 一个角的补角比它的余角(**C**)
A. 相等 B. 小 90°
C. 大 90° D. 不确定大小
10. 如图, 直线 AB, CD 相交于点 O , OM 平分 $\angle BOD$, $\angle MON = 90^\circ$, 下列结论正确的是(**B**)
A. $\angle AON$ 与 $\angle BOD$ 互余 B. ON 平分 $\angle AOD$
C. $\angle AOD$ 与 $\angle BOM$ 互补 D. OD 平分 $\angle MON$
11. (2015·厦门) 如图, 在三角形 ABC 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 D, E 分别在边 AC, AB 上. 若 $\angle B = \angle ADE$, 则下列结论正确的是(**C**)
A. $\angle A$ 和 $\angle B$ 互为补角
B. $\angle B$ 和 $\angle ADE$ 互为补角
C. $\angle A$ 和 $\angle ADE$ 互为余角
D. $\angle AED$ 和 $\angle DEB$ 互为余角
12. (2015·绥化) 将一副三角尺按如图方式进行摆放, $\angle 1, \angle 2$ 不一定互补的是(**D**)

(第11题)



易错点 对余角和补角的定义理解不透而致错

13. 下列说法中正确的有 **②③**. (填序号)
① 钝角与锐角互补;
② $\angle\alpha$ 的余角是 $90^\circ - \angle\alpha$;
③ $\angle\beta$ 的补角是 $180^\circ - \angle\beta$;
④ 若 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$, 则 $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ 互余.



II 整合方法·提升练 (点拨见 185 页)

课后导练

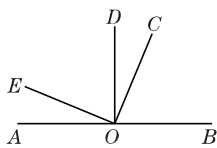
考查角度1 利用余角、补角的定义求角

14. 已知 $\angle 1$ 的余角是 $\angle 2$ 的补角的 $\frac{1}{3}$, 并且 $\angle 2 = \frac{3}{2}\angle 1$, 求 $\angle 1 + \angle 2$ 的度数.

解: 由题意得 $90^\circ - \angle 1 = \frac{1}{3}(180^\circ - \angle 2)$, 即 $90^\circ - \angle 1 = 60^\circ - \frac{1}{3}\angle 2$, 所以 $\angle 1 - \frac{1}{3}\angle 2 = 30^\circ$, 又因为 $\angle 2 = \frac{3}{2}\angle 1$, 所以 $\angle 1 - \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}\angle 1 = 30^\circ$, 解得 $\angle 1 = 60^\circ$, 所以 $\angle 2 = 90^\circ$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$.

考查角度2 利用余角、补角的定义找图中互为余角、补角的角

15. 如图, A, O, B 在同一条直线上, $\angle AOD = \angle BOD = \angle EOC = 90^\circ$, $\angle BOC : \angle AOE = 3 : 1$.



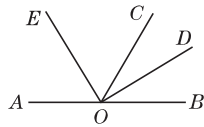
(第 15 题)

- (1) 求 $\angle COD$ 的度数;
(2) 图中有哪几对角互为余角?
(3) 图中有哪几对角互为补角?

解: (1) 由 A, O, B 在一条直线上得 $\angle AOB = 180^\circ$, 因为 $\angle EOC = 90^\circ$, 所以 $\angle AOE + \angle BOC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$, 又因为 $\angle BOC : \angle AOE = 3 : 1$, 所以 $\angle BOC = 67.5^\circ$, 所以 $\angle COD = \angle BOD - \angle BOC = 90^\circ - 67.5^\circ = 22.5^\circ$.
(2) $\angle AOE$ 与 $\angle DOE$, $\angle AOE$ 与 $\angle BOC$, $\angle DOE$ 与 $\angle DOC$, $\angle DOC$ 与 $\angle BOC$ 这 4 对角互为余角.
(3) $\angle AOE$ 与 $\angle EOB$, $\angle AOD$ 与 $\angle DOB$, $\angle AOC$ 与 $\angle BOC$, $\angle EOD$ 与 $\angle AOC$, $\angle DOC$ 与 $\angle EOB$, $\angle AOD$ 与 $\angle EOC$, $\angle BOD$ 与 $\angle EOC$ 这 7 对角互为补角.

考查角度3 利用互余、互补的定义判断两角的关系

16. 如图, O 是直线 AB 上一点, OC 为任一条射线, OD 平分 $\angle BOC$, OE 平分 $\angle AOC$.

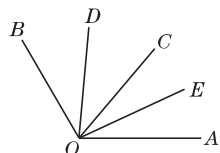


(第 16 题)

- (1) 找出图中 $\angle AOD$ 与 $\angle BOE$ 的补角;
(2) 试说明 $\angle COD$ 与 $\angle COE$ 具有怎样的数量关系.

解: (1) $\angle AOD$ 的补角为 $\angle BOD$ 和 $\angle COD$. $\angle BOE$ 的补角为 $\angle AOE$ 和 $\angle EOC$.
(2) 因为 OE 平分 $\angle AOC$, OD 平分 $\angle BOC$, 所以 $\angle AOE = \angle EOC = \frac{1}{2}\angle AOC$, $\angle BOD = \angle COD = \frac{1}{2}\angle BOC$. 又因为 $\angle AOE + \angle EOC + \angle COD + \angle DOB = 180^\circ$, 所以 $2(\angle EOC + \angle COD) = 180^\circ$, 所以 $\angle EOC + \angle COD = 90^\circ$.

17. 如图, OD 平分 $\angle BOC$, OE 平分 $\angle AOC$, 若 $\angle BOC = 70^\circ$, $\angle AOC = 50^\circ$.



(第 17 题)

- (1) 求出 $\angle AOB$ 及其补角的度数;
(2) 求出 $\angle DOC$ 和 $\angle AOE$ 的度数, 并判断 $\angle DOE$ 与 $\angle AOB$ 是否互补.

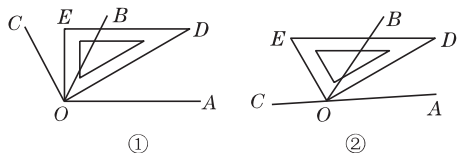
解: (1) $\angle AOB = \angle AOC + \angle BOC = 50^\circ + 70^\circ = 120^\circ$. $\angle AOB$ 的补角度数为: $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.
(2) 因为 OD, OE 分别平分 $\angle BOC, \angle AOC$, 所以 $\angle DOC = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$, $\angle COE = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$. 因为 $\angle DOE = \angle DOC + \angle COE$, 所以 $\angle DOE = 35^\circ + 25^\circ = 60^\circ$. 因为 $\angle DOE + \angle AOB = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$, 所以 $\angle DOE$ 与 $\angle AOB$ 互补.

III 探究培优·拓展练 (点拨见 185 页)

课后选练

拔尖角度1 利用角的运算解与三角尺有关的问题

18. (1) 如图①, OB 是 $\angle AOC$ 内部的一条射线, 把三角尺的 60° 角的顶点放在点 O 处, 转动三角尺, 当三角尺的 OD 边平分 $\angle AOB$ 时, 三角尺的另一边 OE 也正好平分 $\angle BOC$, 请求出 $\angle AOC$ 的度数.
(2) 如图②, 把三角尺的直角顶点放在点 O 处, 转动三角尺, 当 OD 平分 $\angle AOB$, OE 平分 $\angle BOC$ 时, $\angle AOC$ 又是多少度? 并指出图中与 $\angle AOD$ 互余的角.



(第 18 题)

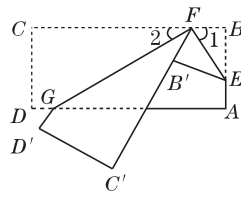
解: (1) 因为 OD 平分 $\angle AOB$, OE 平分 $\angle BOC$, 所以 $\angle AOD = \angle BOD = \frac{1}{2}\angle AOB$, $\angle COE = \angle BOE = \frac{1}{2}\angle BOC$. 又因为 $\angle EOD = \angle BOE + \angle BOD = 60^\circ$,

所以 $\angle AOC = 2(\angle BOE + \angle BOD) = 120^\circ$.

(2) $\angle AOC = 180^\circ$, 与 $\angle AOD$ 互余的角有 $\angle COE, \angle BOE$.

拔尖角度2 利用角的运算解与折叠有关的问题

19. 如图, 把一张长方形纸片的一角任意折向长方形内, 使点 B 落在点 B' 的位置, 折痕为 EF , 再把 CF 折叠, 使点 C 落在点 C' 的位置, 折痕为 GF , 如果 $C'F$ 与 FB' 在同一条直线上.



(第 19 题)

- (1) 分别写出 $\angle 1$ 与 $\angle CFE$, $\angle 2$ 与 $\angle BFG$ 之间所满足的等量关系;
(2) 写出 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 之间的等量关系;
(3) $\angle EFG$ 是什么角?

解: (1) $\angle 1 + \angle CFE = 180^\circ$, $\angle 2 + \angle BFG = 180^\circ$.
(2) $\angle 1 = 90^\circ - \angle 2$.
(3) $\angle EFG$ 是直角.