



3.4 实际问题与一元一次方程

第1课时 列方程解实际问题的一般方法

名师点金

- 列方程解应用题的一般步骤:(1)审;(2)设;(3)列;(4)解;(5)验;(6)答.
- 列方程解应用题时的注意事项:
 - (1)列方程解实际问题的关键是找相等关系.
 - (2)列方程时,方程两边所表示的量必须相等,并且各项的单位一定要统一.
 - (3)解出方程的解还要检验其是否符合实际意义.

I 夯实基础·逐点练 (点拨见 175 页)

随堂导练

知识点1 列一元一次方程解实际问题的步骤

- 用一元一次方程解决实际问题,关键在于抓住问题中的 相等关系,列出 方程,求得方程的解后,经过 检验,得到实际问题的解答.

这一过程也可以简单地表述为:

问题 $\xrightarrow[\text{抽象}]{\text{分析}}$ 方程 $\xrightarrow[\text{检验}]{\text{求解}}$ 解答.

- 3月12日是植树节,七年级170名学生参加义务植树活动,如果平均一名男生一天能挖树坑3个,平均一名女生一天能种树7棵,要正好使每个树坑种一棵树,则该年级的男生、女生各有多少人?

- (1)审题:审清题意,找出已知量和未知量;
- (2)设未知数:设该年级的男生有 x 人,那么女生有 $(170-x)$ 人;
- (3)列方程:根据相等关系,列方程为 $3x=7(170-x)$;
- (4)解方程,得 $x=$ 119,则女生有 51 人;
- (5)检验:将解得的未知数的值放入实际问题中进行验证;
- (6)作答:答:该年级有男生 119 人,女生 51 人.

知识点2 设未知数的方法

- 某商场甲、乙两个柜台12月份营业额共计64万元,1月份甲增长了20%,乙增长了15%,营业额达到75万元,求两个柜台各增长了多少万元.

分析:从题中已知有如下相等关系:

12月份甲柜台的营业额+12月份乙柜台的营业额=64万元,

1月份甲柜台的营业额+1月份乙柜台的营业额=75万元.

$\downarrow$ $\downarrow$
 甲柜台12月份的营 乙柜台12月份
 营业额 $\times(1+20\%)$ 的营业额 $\times(1+15\%)$

解:方法1:设1月份甲柜台的营业额增长了 x 万元,则1月份乙柜台的营业额增长了 $(75-64-x)$ 万元,

依题意,列方程可得 $\frac{x}{20\%} + \frac{(75-64-x)}{15\%} = 64$,

解之得 $x=$ 5.6.

$75-64-x=$ $75-64-5.6$ = 5.4.

方法2:设12月份甲柜台的营业额是 y 万元,则乙柜台的营业额是 $(64-y)$ 万元.

依据题意,列方程得 $(1+20\%)y+(1+15\%)(64-y)=75$,

解得 $y=$ 28.

所以甲柜台增长了 28 $\times 20\% =$ 5.6 (万元),

乙柜台增长了 $(64-28)$ $\times 15\% =$ 5.4 (万元).

答:甲柜台的营业额增长了 5.6 万元,乙柜台的营业额增长了 5.4 万元.

知识点3 一元一次方程解法的应用

类型1 直接设未知数

- (2015·河池)联华商场以150元/台的价格购进某款电风扇若干台,很快售完.商场用相同的货款再次购进这款电风扇,因价格提高30元,进货量减少了10台.

- (1)这两次各购进电风扇多少台?
- (2)商场以250元/台的售价卖完这两批电风扇,商场获利多少元?

解:(1)设第一次购进电风扇 x 台,则第二次购进电风扇 $(x-10)$ 台.由题意可得 $150x=180(x-10)$,解得 $x=60$.

则 $x-10=60-10=50$.

所以第一次购进电风扇60台,第二次购进电风扇50台.

(2)商场获利为 $(250-150)\times 60+(250-180)\times 50=9\,500$ (元).

所以商场以250元/台的售价卖完这两批电风扇,商场获利9 500元.

类型2 间接设未知数

- 洗衣机厂今年计划生产洗衣机25 500台,其中A型、B型、C型三种洗衣机的产量之比为1:2:14,这三种洗衣机分别计划生产多少台?

解:设A型、B型、C型这三种洗衣机分别计划生产 x 台、 $2x$ 台、 $14x$ 台.由题意得 $x+2x+14x=25\,500$.

解得 $x=1\,500$.所以 $2x=2\times 1\,500=3\,000$, $14x=14\times 1\,500=21\,000$.

答:这三种洗衣机分别计划生产1 500台、3 000台、21 000台.



羊村有一辆手拉车,那可是祖传的,已使用17次,预计每天使用3次.再经过多少天这辆手拉车的使用次数达到规定的检修次数200次? (答案:61天)



II 整合方法·分类练 (点拨见 175 页)

课后导练

类型1 数字问题

6. 一个两位数,十位上的数字比个位上的数字少 3,这两个数字之和等于这个两位数的 $\frac{1}{4}$,求这个两位数.

解:设十位上的数字为 x ,则个位上的数字为 $(x+3)$.

由题意,得 $x+(x+3)=\frac{1}{4}[10x+(x+3)]$.

解得 $x=3$,所以 $x+3=6$.

答:这个两位数为 36.

类型2 月历、卡片问题

7. 有一些分别标有 6,12,18,24,... 这些数的卡片,后一张卡片上的数比前一张卡片上的数大 6,小明拿到了相邻的三张卡片,且这三张卡片上的数之和为 342.

(1)小明拿到了哪三张卡片?

(2)你能拿到相邻的三张卡片,使得这三张卡片上的数之和是 86 吗? 请说明理由.

解:(1)设小明拿到的三张卡片上的数分别为 $x-6$, x , $x+6$.

根据题意,得 $x-6+x+x+6=342$.

解得 $x=114$. 所以 $x-6=108$, $x+6=120$.

故小明拿到的三张卡片上的数分别为 108,114,120.

(2)不能.理由如下:因为相邻的三张卡片上的数之和为 $3n$ (设中间的数为 n),是 3 的倍数,而 86 不是 3 的倍数,所以相邻的三张卡片上的数之和不能为 86.

8. 在某月内,王老师要参加三天的业务培训,已知这三天日期的数字之和为 39.

(1)若培训的时间是连续的三天,那么这三天分别是当月的几号?

(2)若培训时间是连续三周的周六,这三天又分别是当月的几号?

解:(1)设这三天分别是当月的 x 号, $(x+1)$ 号, $(x+2)$ 号.根据题意知 $x+x+1+x+2=39$,解得 $x=12$.

所以 $x+1=13$, $x+2=14$.

答:这三天分别是当月的 12 号,13 号,14 号.

(2)设这三天分别是当月的 y 号, $(y+7)$ 号, $(y+14)$ 号.根据题意知 $y+y+7+y+14=39$,解得 $y=6$. 所以 $y+7=13$, $y+14=20$.

答:这三天分别是当月的 6 号,13 号,20 号.

类型3 比例问题

9. 现有菜地 975 公顷,要种植白菜、西红柿和芹菜,其中种白菜与种西红柿的面积比是 3:2,种西红柿与种芹菜的面积比是 5:7,则三种蔬菜各种多少公顷?

解:因为 $3:2=15:10$, $5:7=10:14$,所以白菜、西红柿、芹菜的种植面积之比为 15:10:14.

设白菜的种植面积为 $15x$ 公顷,则西红柿的种植面积为 $10x$ 公顷,芹菜的种植面积为 $14x$ 公顷.

根据题意,得 $15x+10x+14x=975$,解得 $x=25$.

则 $15x=375$, $10x=250$, $14x=350$.

答:种白菜的面积为 375 公顷,种西红柿的面积为 250 公顷,种芹菜的面积为 350 公顷.

类型4 调运问题

10. 甲种货车和乙种货车的装载量及每辆车的运费如下表所示,现有货物 130 t,要求一次装完,并且每辆要满载,探究怎样安排运费最省? 需多少元?

	甲	乙
每辆车装载量	30 t	20 t
每辆车的运费	500 元	400 元

解:设甲种货车为 x 辆,则乙种货车为 $\frac{130-30x}{20}$ 辆,

且 x 是自然数, $\frac{130-30x}{20}$ 也是自然数.当 $x=1$ 时,

$\frac{130-30x}{20}=5$,运费为 $1 \times 500 + 5 \times 400 = 2\,500$ (元);

当 $x=3$ 时, $\frac{130-30x}{20}=2$,运费为 $3 \times 500 + 2 \times 400 =$

$2\,300$ (元) $< 2\,500$ (元),故安排 3 辆甲种货车和 2 辆乙种货车,运费最省,需 2 300 元.

类型5 表格问题

11. (2015·佛山)某景点的门票价格如下表:

购票人数/人	1~50	51~100	100 以上
每人门票价/元	12	10	8

某校七年级(1)、(2)两班计划去游览该景点,其中(1)班人数少于 50 人,(2)班人数多于 50 人且少于 100 人,如果两班都以班为单位单独购票,则一共支付 1 118 元;如果两班联合起来作为一个团体购票,则只需花费 816 元.

(1)两个班各有多少名学生?

(2)团体购票与单独购票相比较,两个班各节约了多少钱?

解:(1)设七年级(1)班有 x 人,则七年级(2)班有 $(\frac{1\,118-12x}{10})$ 人.由题意,得 $8 \times (x + \frac{1\,118-12x}{10}) =$

816.解得 $x=49$.则 $\frac{1\,118-12x}{10}=53$.

答:七年级(1)班有 49 人,七年级(2)班有 53 人.

(2)七年级(1)班: $(12-8) \times 49 = 196$ (元);

七年级(2)班: $(12-10) \times 53 = 106$ (元).

答:七年级(1)班节约了 196 元,七年级(2)班节约了 106 元.

教你一招

设未知数的方法:

(1)直接设未知数:即题目求什么就设什么为未知数;

(2)间接设未知数:直接设所求的量为未知数,不便列方程时,可设与所求量有关系的量作为未知数,进而求出所求的量.