



第3课时 用去分母法解一元一次方程

名师点金

1. 解含分母的一元一次方程的关键是去分母,而去分母的关键是找各个分母的最小公倍数.
2. 运用分数的基本性质与运用等式的性质2的区别:前者是同一个分数的分子、分母同时乘一个数;后者是方程里各项同时乘一个数.

I 夯实基础 · 逐点练 (点拨见173页)

随堂导练

知识点1 去分母

1. 将方程 $\frac{x+2}{4} = \frac{2x+3}{6}$ 的两边同乘 **12** 可得到 $3(x+2)=2(2x+3)$, 这种变形叫 **去分母**, 其依据是 **等式的性质2**.
2. 解方程 $\frac{3y-1}{4} - 1 = \frac{2y+7}{12}$ 时, 为了去分母应将方程两边同乘 (**B**)
A. 16 B. 12 C. 24 D. 4
3. 在解方程 $\frac{1-2x}{3} = \frac{3x+1}{7} - 3$ 时, 去分母正确的是 (**D**)
A. $7(1-2x) = 3(3x+1) - 3$
B. $1-2x = (3x+1) - 3$
C. $1-2x = (3x+1) - 63$
D. $7(1-2x) = 3(3x+1) - 63$
4. 方程 $\frac{2x-1}{3} - \frac{x-1}{4} = 1$, 去分母得到了 $8x-4-3x+3=1$, 这个变形 (**B**)
A. 分母的最小公倍数找错了
B. 漏乘了不含分母的项
C. 分子中的多项式没有添括号, 符号不对
D. 正确
5. 下面的方程变形中, 正确的是 (**C**)
A. $2x+6=-3$ 变形为 $2x=-3+6$
B. $\frac{x+3}{3} - \frac{x+1}{2} = 1$ 变形为 $2x+6-3x+3=6$
C. $\frac{2}{5}x - \frac{2}{3}x = \frac{1}{3}$ 变形为 $6x-10x=5$
D. $\frac{3}{5}x = 2(x-1)+1$ 变形为 $3x=10(x-1)+1$
7. 下面是解方程 $\frac{0.3x+0.5}{0.2} = \frac{2x-1}{3}$ 的过程, 请在前面的括号内填写变形步骤, 在后面的括号内填写变形依据.
解: 原方程可变形为 $\frac{3x+5}{2} = \frac{2x-1}{3}$, (分数的基本性质)
去分母, 得 $3(3x+5) = 2(2x-1)$. (等式的性质2)
去括号, 得 $9x+15 = 4x-2$. (去括号法则)
(移项), 得 $9x-4x = -15-2$. (等式的性质1)
(合并同类项), 得 $5x = -17$.
(系数化为1), 得 $x = -\frac{17}{5}$. (等式的性质2)
8. 方程 $\frac{x-1}{3} + \frac{x+2}{6} = \frac{4-x}{2}$ 的解是 (**B**)
A. $x=1$ B. $x=2$ C. $x=4$ D. $x=6$
9. 解方程 $\frac{5}{6}(\frac{6}{5}x-1) = 2$. 下面几种解法中, 较简便的是 (**C**)
A. 先两边同乘6 B. 先两边同乘5
C. 先去括号再移项 D. 括号内先通分
10. 若式子 $3x-4$ 与 $\frac{4x+5}{5}$ 的值相等, 则 $x = \frac{25}{11}$.

易错点1 去分母时, 漏乘不含分母的项

11. 解方程: $\frac{x+2}{3} - \frac{2x-3}{5} = -2$.

解: 去分母, 得 $5(x+2) - 3(2x-3) = -30$.
去括号, 得 $5x+10-6x+9 = -30$.
移项、合并同类项, 得 $-x = -49$.
系数化为1, 得 $x = 49$.

易错点2 去分母时忽视分数线的“括号”作用

12. 解方程: $\frac{2x-5}{3} - \frac{3x-17}{4} = -\frac{1-5x}{2}$.

解: 去分母, 得 $4(2x-5) - 3(3x-17) = -6(1-5x)$.
去括号, 得 $8x-20-9x+51 = -6+30x$.
移项、合并同类项, 得 $-31x = -37$.
系数化为1, 得 $x = \frac{37}{31}$.

知识点2 用去分母法解一元一次方程

6. 在解方程 $1 - \frac{10x-1}{6} = \frac{2x+1}{3}$ 的过程中, ①去分母, 得 $6-10x-1=2(2x+1)$; ②去括号, 得 $6-10x+1=4x+2$; ③移项, 得 $-10x-4x=2-6-1$; ④合并同类项, 得 $-14x=-5$; ⑤系数化为1, 得 $x=\frac{14}{5}$. 其中开始出现错误的步骤是 **①**. (填序号)



II 整合方法·提升练 (点拨见 173 页)

课后导练

考查角度1 利用去分母法巧解特殊一元一次方程

技巧1 化小数为整数法

13. 解方程: $\frac{0.1x}{0.2} - \frac{0.01x-0.01}{0.06} = x - \frac{1}{3}$.

解: 根据分数的基本性质, 得 $\frac{x}{2} - \frac{x-1}{6} = x - \frac{1}{3}$.

去分母, 得 $3x - (x-1) = 6x - 2$.

去括号, 得 $3x - x + 1 = 6x - 2$.

移项, 得 $3x - x - 6x = -2 - 1$.

合并同类项, 得 $-4x = -3$.

系数化为-1, 得 $x = \frac{3}{4}$.

技巧2 交替使用去分母、移项、合并同类项法

14. 解方程:

$$\frac{1}{8} \left\{ \frac{1}{6} \left[\frac{1}{4} (x-1) + 5 \right] + 7 \right\} + 8 = 9.$$

解: 移项、合并同类项, 得 $\frac{1}{8} \left\{ \frac{1}{6} \left[\frac{1}{4} (x-1) + 5 \right] + 7 \right\} = 1$.

两边同时乘8, 得 $\frac{1}{6} \left[\frac{1}{4} (x-1) + 5 \right] + 7 = 8$.

移项、合并同类项, 得 $\frac{1}{6} \left[\frac{1}{4} (x-1) + 5 \right] = 1$.

两边同时乘6, 得 $\frac{1}{4} (x-1) + 5 = 6$.

移项、合并同类项, 得 $\frac{1}{4} (x-1) = 1$.

两边同时乘4, 得 $x-1=4$. 移项, 得 $x=5$.

技巧3 分组结合法

15. 解方程: $\frac{1-6x}{15} - \frac{1-x}{6} = -\frac{2x-1}{5} + \frac{2x+1}{18}$.

解: 原方程可变形为 $\frac{1-6x}{15} + \frac{2x-1}{5} = \frac{1-x}{6} + \frac{2x+1}{18}$.

方程两边分别通分后相加, 得 $\frac{(1-6x)+3(2x-1)}{15} =$

$\frac{3(1-x)+(2x+1)}{18}$, 即 $-\frac{2}{15} = \frac{4-x}{18}$.

去分母, 得 $-12 = 20 - 5x$.

移项, 得 $5x = 20 + 12$.

合并同类项, 得 $5x = 32$.

系数化为1, 得 $x = 6.4$.

技巧4 整体求解法

16. 在解方程 $3(x+1) - \frac{1}{3}(x-1) = 2(x-1) - \frac{1}{2}(x+1)$ 时, 我们可以将 $x+1, x-1$ 各看成一个整体进行移项、合并同类项, 得 $\frac{7}{2}(x+1) = \frac{7}{3}(x-1)$, 即 $\frac{1}{2}(x+1) = \frac{1}{3}(x-1)$, 再去分母, 得 $3(x+1) = 2(x-1)$, 进而求解得 $x = -5$, 这种方法叫整体求解法. 请用这种方法解方程:

$$5(2x+3) - \frac{3}{4}(x-2) = 2(x-2) - \frac{1}{2}(2x+3).$$

解: 将 $2x+3, x-2$ 各看成一个整体进行移项、合并同类项, 得 $\frac{11}{2}(2x+3) = \frac{11}{4}(x-2)$,

即 $\frac{1}{2}(2x+3) = \frac{1}{4}(x-2)$.

去分母, 得 $2(2x+3) = x-2$.

进而求解得 $x = -\frac{8}{3}$.

考查角度2 利用方程的解相同求字母的值

17. 已知方程 $\frac{1-2y}{6} + \frac{2y+1}{4} = 1 - \frac{y+1}{3}$ 与关于 y 的方程 $y + \frac{6y-a}{3} = \frac{a}{6} - 3y$ 的解相同, 求 a 的值.

解: 解方程 $\frac{1-2y}{6} + \frac{2y+1}{4} = 1 - \frac{y+1}{3}$ 得 $y = \frac{1}{2}$.

把 $y = \frac{1}{2}$ 代入方程 $y + \frac{6y-a}{3} = \frac{a}{6} - 3y$, 得 $\frac{1}{2} + \frac{3-a}{3} = \frac{a}{6} - \frac{3}{2}$, 解得 $a = 6$.

考查角度3 利用方程的解间的关系求字母的值

18. 已知方程 $6-3(x+1)=0$ 的解与关于 x 的方程 $\frac{k+x}{2} - 3k - 2 = 2x$ 的解互为相反数, 求 k 的值.

解: 由 $6-3(x+1)=0$, 得 $x=1$.

因为方程 $6-3(x+1)=0$ 的解与关于 x 的方程 $\frac{k+x}{2} - 3k - 2 = 2x$ 的解互为相反数,

所以 $x=-1$ 是关于 x 的方程 $\frac{k+x}{2} - 3k - 2 = 2x$ 的解.

所以 $\frac{k-1}{2} - 3k - 2 = -2$, 所以 $k = -\frac{1}{5}$.

考查角度4 利用一元一次方程及解的定义求字母及式子的值

19. 已知 $(a+b)y^2 - y^{\frac{1}{3}a+2} + 5 = 0$ 是关于 y 的一元一次方程.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 若 $x=a$ 是方程 $\frac{x+2}{6} - \frac{x-1}{2} + 3 = x - \frac{2x-m}{6}$ 的解, 求 $|a-b| - |b-m|$ 的值.

解: (1) 由题意知: $a+b=0, \frac{1}{3}a+2=1$, 解得 $a=-3, b=3$.

(2) 将 $x=a=-3$ 代入方程 $\frac{x+2}{6} - \frac{x-1}{2} + 3 = x - \frac{2x-m}{6}$ 中, 得 $-\frac{1}{6} + 2 + 3 = -3 - \frac{-6-m}{6}$, 解得 $m=41$. 所以 $|a-b| - |b-m| = |-3-3| - |3-41| = -32$.



III 链接中考·真题练 (点拨见 174 页)

课后导练

命题角度1 利用一元一次方程解新定义问题

20. (2014·甘孜州改编) 设 a, b, c, d 为实数, 现规定一种新的运算 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$, 则满足等式

$$\begin{vmatrix} \frac{x}{2} & \frac{x+1}{3} \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \text{ 的 } x \text{ 的值为多少?}$$

解: 由题意, 得 $\frac{x}{2} \times 1 - \frac{x+1}{3} \times 2 = 1$.

解这个方程得 $x = -10$.

命题角度2 利用生活中的信息建立数学问题求解 (建模思想)

21. (2015·南通) 有大小两种货车, 3 辆大车与 4 辆小

车一次可以运货 22 吨, 2 辆大车与 6 辆小车一次可以运货 23 吨.

请根据以上信息, 提出一个能用方程解决的问题, 并写出这个问题的解答过程.

解: 所提问题不唯一, 如: 1 辆大车一次运货多少吨?

设 1 辆大车一次运货 x 吨, 则 1 辆小车一次运货 $\frac{22-3x}{4}$ 吨.

由题意, 得 $2x + 6 \times \frac{22-3x}{4} = 23$.

解得 $x = 4$.

答: 1 辆大车一次运货 4 吨.

IV 探究培优·拓展练 (点拨见 174 页)

课后选练

拔尖角度1 利用方程的解法原理求错解问题

22. 某同学在对方程 $\frac{2x-1}{3} = \frac{x+a}{3} - 2$ 去分母时, 方程右边的 -2 没有乘 3, 其他步骤都正确, 这时方程的解为 $x=2$, 试求 a 的值, 并求出原方程的解.

解: 由题意可知 $x=2$ 是方程 $2x-1=x+a-2$ 的解, 把 $x=2$ 代入, 得 $2 \times 2 - 1 = 2 + a - 2$, 所以 $a=3$.

把 $a=3$ 代入原方程, 得 $\frac{2x-1}{3} = \frac{x+3}{3} - 2$, 去分母得 $2x-1=x+3-6$, 移项、合并同类项, 得 $x=-2$.

拔尖角度2 利用方程解从表格中获取信息探究规律问题

23. (1) 如下表, 方程 1, 方程 2, 方程 3, ... 是按照一定规律排列的一列方程, 解方程 1, 并将它的解填在表格中的空白处:

序号	方程	方程的解
1	$\frac{x}{4} - (x-2) = 1$	$x = \underline{\hspace{2cm}}$
2	$\frac{x}{5} - (x-3) = 1$	$x = \frac{10}{4}$
3	$\frac{x}{6} - (x-4) = 1$	$x = \frac{18}{5}$
...	...	...

- (2) 方程 $\frac{x}{10} - (x-a) = 1$ 的解是 $x = \frac{70}{9}$, 求 a 的值. 该方程是否是 (1) 中所给出的一列方程中的一个方程? 如果是, 它是第几个方程?

解: (1) 解方程 1, 去分母, 得 $x - 4(x-2) = 4$. 去括号, 得 $x - 4x + 8 = 4$. 移项、合并同类项, 得 $-3x = -4$. 系数化为 1, 得 $x = \frac{4}{3}$. 所以表格中的空白处应填 $\frac{4}{3}$.

(2) 把 $x = \frac{70}{9}$ 代入方程, 得 $\frac{7}{9} - (\frac{70}{9} - a) = 1$, 解得 $a = 8$. 此时, 方程即为 $\frac{x}{10} - (x-8) = 1$. 观察可知, 它是 (1) 中所给出的一列方程中的一个方程, 是第 7 个方程.

拔尖角度3 利用方程解决方案问题

24. 某校校长将带领该校市级“三好学生”去北京旅游, 甲旅行社说: “如果校长买全票一张, 则其余学生可享受 6 折 (即全票价的 60%) 优惠.” 乙旅行社说: “包括校长在内全部按全票价的 7 折优惠.” 若全票价为 480 元.

(1) 设学生数为 x 名, 分别计算甲、乙两旅行社的收费 (用含 x 的式子表示);

(2) 当学生数是多少名时, 两家旅行社收费一样?

解: (1) 因为全票价为 480 元, 所以 6 折票价为 $480 \times 60\% = 288$ (元), 这样甲旅行社的收费为 $(480 + 288x)$ 元;

全票价的 7 折为 $480 \times 70\% = 336$ (元).

这样乙旅行社的收费为 $(336x + 336)$ 元.

(2) 当两家旅行社收费一样时,

即方程 $288x + 480 = 336x + 336$.

解这个方程, 得 $x = 3$.

答: 当学生数为 3 名时, 两家旅行社收费一样.

教你一招

用去分母法解一元一次方程要做到“三注意”:

(1) 去分母时, 分子如果是一个多项式, 要将分子作为一个整体加上括号;

(2) 去分母时, 不含分母的项不要漏乘各分母的最小公倍数;

(3) 去括号时, 不要出现漏乘现象和符号错误.



笑话: 数学老师上课时常对走神的学生说: “注意! 我要……了.” 一天, 正讲解方程时, 他发现又有同学精神不集中, 于是拍案道: “注意, 我要变形了!” 众学生精神为之一振, 数十双眼睛炯炯有神地盯着他.