



1.5 有理数的乘方

第①课时 乘方——有理数的乘方运算

名师点金

有理数的乘方运算主要是将它转化为有理数的乘法来进行计算的,因此它具有如下性质:

- (1) 负数的奇次幂是负数,负数的偶次幂是正数;
(2) 正数的任何次幂都是正数,0的任何正整数次幂都是0.

I 夯实基础 · 逐点练 (点拨见 162 页)

随堂导练

知识点1 有理数的乘方的意义

- a^3 表示(C)
A. $3a$ B. $a+a+a$ C. $a \cdot a \cdot a$ D. $a+3$
- $(-3)^4$ 表示(B)
A. 4 乘 (-3) 的积 B. 4 个 (-3) 连乘的积
C. 3 个 (-4) 连乘的积 D. 4 个 (-3) 相加的和
- 对于 -3^2 与 $(-3)^2$, 下列说法正确的是(D)
A. 读法相同,底数不同,结果不同
B. 读法不同,底数不同,结果相同
C. 读法相同,底数相同,结果不同
D. 读法不同,底数不同,结果不同
- 算式 $(-\frac{1}{5}) \cdot (-\frac{1}{5}) \cdot (-\frac{1}{5}) \cdot (-\frac{1}{5})$ 可表示为(A)
A. $(-\frac{1}{5})^4$ B. $(-\frac{1}{5}) \times 4$
C. $-(\frac{1}{5})^4$ D. 以上都不对
- 关于式子 $(-5)^4$, 下列说法错误的是(C)
A. 表示 $(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5)$
B. -5 是底数,4 是指数
C. -5 是底数,4 是幂
D. 4 是指数, $(-5)^4$ 是幂

知识点2 有理数的乘方运算

- (2015 · 郴州) $(-3)^2$ 计算的结果是(D)
A. -6 B. 6 C. -9 D. 9
- (2015 · 孝感) 下列各数中,最小的是(A)
A. -3 B. $|-2|$ C. $(-3)^2$ D. 2×10^3
- 如果 a 的倒数是 -1 , 那么 a^{2016} 等于(A)
A. 1 B. -1 C. 2016 D. -2016
- 下列等式成立的是(B)
A. $(-3)^2 = -3^2$ B. $-2^3 = (-2)^3$
C. $2^3 = (-2)^3$ D. $3^2 = -3^2$
- 若 $a^2 = (-3)^2$, 则 a 等于(D)
A. -3 B. 3 C. 9 D. ± 3

- 一个数的偶数幂是正数,这个数是(C)
A. 正数 B. 负数
C. 正数或负数 D. 有理数
- 下列一组数按规律排列依次为: $2, -4, 8, -16, \dots$, 第 2016 个数是(B)
A. 2^{2016} B. -2^{2016}
C. -2^{2015} D. 以上都不对
- (2015 · 广元) 当 $0 < x < 1$ 时, $x, \frac{1}{x}, x^2$ 的大小顺序是(C)
A. $\frac{1}{x} < x < x^2$ B. $x < x^2 < \frac{1}{x}$
C. $x^2 < x < \frac{1}{x}$ D. $\frac{1}{x} < x^2 < x$

知识点3 利用计算器计算有理数的乘方

- 用带符号键 $(-)$ 的计算器计算 $(-9)^5$ 的按键顺序是 $(-)$ 9 $^{\wedge}$ 5 $=$. 用带符号转换键 $(+/-)$ 的计算器计算 $(-7)^5$ 的按键顺序是 7 $(+/-)$ $^{\wedge}$ 5 $=$.
- (改编 · 宜昌) (1) 根据已知条件填空:
① 已知 $(-1.2)^2 = 1.44$, 那么 $(-120)^2 = 14\,400$, $(-0.012)^2 = 0.000\,144$;
② 已知 $(-3)^3 = -27$, 那么 $(-30)^3 = -27\,000$, $(-0.3)^3 = -0.027$.

(2) 观察上述计算结果我们可以看出:

- 当底数的小数点向左(右)每移动一位, 它的平方的幂的小数点向左(右)移动 两 位;
- 当底数的小数点向左(右)每移动一位, 它的立方的幂的小数点向左(右)移动 三 位.

易错点 计算带分数的乘方时, 因未转化为假分数而出错

16. 计算: $(-1\frac{2}{3})^3$.

解: $(-1\frac{2}{3})^3 = (-\frac{5}{3})^3 = -\frac{125}{27}$.



II 整合方法·提升练 (点拨见 162 页)

课后导练

考查角度1 利用乘方的意义计算

17. 计算: (1) $(-5)^4$; (2) -5^4 ; (3) $(-\frac{2}{3})^3$; (4) $-\frac{2^3}{3}$.

解: (1) $(-5)^4 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = 625$.

(2) $-5^4 = -5 \times 5 \times 5 \times 5 = -625$.

(3) $(-\frac{2}{3})^3 = (-\frac{2}{3}) \times (-\frac{2}{3}) \times (-\frac{2}{3}) = -(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}) = -\frac{8}{27}$.

(4) $-\frac{2^3}{3} = -\frac{2 \times 2 \times 2}{3} = -\frac{8}{3}$.

考查角度2 利用绝对值、偶次幂的非负性求值

18. (1) 已知 $|a+1| + (b-2)^2 = 0$, 求 $(a+b)^{2016}$ 的值;

(2) 已知 $|a-1|$ 与 $(b+2)^2$ 互为相反数, 求 $(a+b)^{2015} + a^{2016}$ 的值.

解: (1) 因为 $|a+1| + (b-2)^2 = 0$, 所以 $a+1=0$, 且 $b-2=0$, 即 $a=-1, b=2$. 所以 $(a+b)^{2016} = (-1+2)^{2016} = 1$.

(2) 因为 $|a-1|$ 与 $(b+2)^2$ 互为相反数, 所以 $|a-1| + (b+2)^2 = 0$. 又因为 $|a-1| \geq 0, (b+2)^2 \geq 0$, 所以 $a-1=0, b+2=0$, 即 $a=1, b=-2$. 所以 $(a+b)^{2015} + a^{2016} = (1-2)^{2015} + 1^{2016} = -1+1=0$.

考查角度3 利用乘方的意义巧算(逆向思维法)

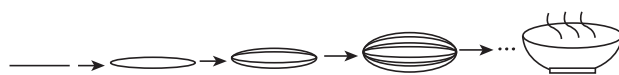
19. 计算: (1) $2^{100} - 2^{101}$; (2) $(-0.125)^{2014} \times 8^{2015}$.

解: (1) 原式 $= 2^{100} - 2 \times 2^{100} = 2^{100} \times (1-2) = -2^{100}$.

(2) 原式 $= \underbrace{(-0.125) \times \cdots \times (-0.125)}_{2014 \text{ 个}} \times \underbrace{8 \times 8 \times \cdots \times 8}_{2015 \text{ 个}}$
 $= \underbrace{(-0.125 \times 8) \times \cdots \times (-0.125 \times 8)}_{2014 \text{ 个}} \times 8$
 $= (-1)^{2014} \times 8 = 1 \times 8 = 8$.

考查角度4 利用乘方运算解实际应用题

20. 你喜欢吃拉面吗? 拉面馆的师傅, 用一根很粗的面条, 把两头捏合在一起拉伸, 再捏合, 再拉伸, 反复几次, 就把这根很粗的面条拉成了许多细的面条. 如下面的草图:



第一次捏合后 第二次捏合后 第三次捏合后
(第 20 题)

这样捏合到第七次后可拉出多少根面条?

解: 第一次捏合后有 $2^1 = 2$ (根) 面条, 第二次捏合后有 $2 \times 2 = 2^2$ (根) 面条, 第三次捏合后有 $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ (根) 面条, ..., 第 7 次捏合后有 $2^7 = 128$ 根面条.

III 探究培优·拓展练 (点拨见 163 页)

课后选练

拔尖角度1 利用乘方的意义巧求值(设元法)

21 阅读材料: 求 $1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{2015}$ 的值.

解: 设 $S=1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{2014}+2^{2015}$,

将等式两边同时乘 2, 得

$2S=2+2^2+2^3+2^4+2^5+\cdots+2^{2015}+2^{2016}$.

下式减去上式, 得 $2S-S=2^{2016}-1$,

即 $S=2^{2016}-1$.

故 $1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{2015}=2^{2016}-1$.

请你仿照此法计算:

$1+3+3^2+3^3+3^4+\cdots+3^n$ (其中 n 为正整数).

解: 设 $M=1+3+3^2+3^3+3^4+\cdots+3^n$,

将等式两边同时乘 3, 得 $3M=3+3^2+3^3+3^4+\cdots+3^{n+1}$,

下式减去上式, 得 $3M-M=3^{n+1}-1$, 即 $M=\frac{3^{n+1}-1}{2}$.

故 $1+3+3^2+3^3+3^4+\cdots+3^n=\frac{3^{n+1}-1}{2}$.

拔尖角度2 利用阅读中信息探究规律

22. 看一看下面的算式:

$(3 \times 5)^2 = 15^2 = 225, 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225;$

$[\left(-\frac{1}{2}\right) \times 4]^2 = (-2)^2 = 4, \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times 4^2 = \frac{1}{4} \times 16 = 4;$

.....

由此我们可以得出结论: $(ab)^n = a^n b^n$.

利用乘法交换律、结合律及乘方的意义可以验证:

$(ab)^n = \underbrace{(ab) \cdot (ab) \cdot (ab) \cdot \cdots \cdot (ab)}_{n \text{ 个 } ab}$

$= \underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot \cdots \cdot a)}_{n \text{ 个 } a} \cdot \underbrace{(b \cdot b \cdot b \cdot \cdots \cdot b)}_{n \text{ 个 } b}$

$= a^n b^n$.

利用以上信息计算: $2^{2017} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2016}$.

解: $2^{2017} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2016} = 2^{2016} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2016} \times 2 = \left(2 \times \frac{1}{2}\right)^{2016} \times 2 = 1^{2016} \times 2 = 2$.

教你一招

“奇负偶正”口诀的应用类型:

(1) **多重符号的化简**: 奇偶是指这个数前面的“-”的个数, 正、负是指这个数的符号. 例如 $-[-(-5)] = -5, -[+(-5)] = 5$.

(2) **有理数的乘法**: 当多个非零的有理数相乘时, 这

里的奇、偶是指因数中负因数的个数, 正、负是指结果中积的符号. 例如 $(-3) \times (-2) \times (-6) = -36, (-3) \times (-2) \times 6 = 36$.

(3) **有理数的乘方**: 这里的奇、偶是指指数的奇、偶, 正、负是指幂的符号. 例如 $(-3)^2 = 9, (-3)^3 = -27$.