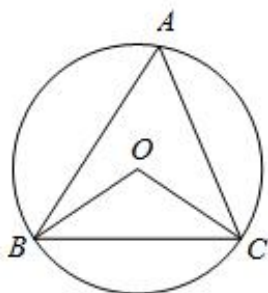


数 学 试 卷 2019.1

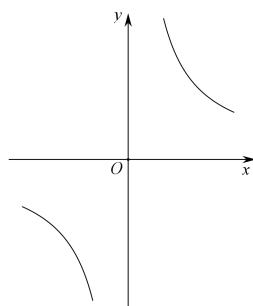
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下列各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

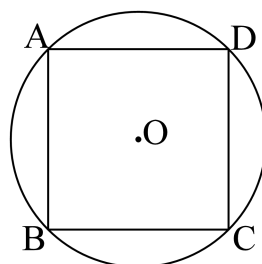
1. 已知 $\angle A$ 为锐角，且 $\sin A = \frac{1}{2}$ ，那么 $\angle A$ 等于
A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°
2. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， $\angle A = 50^\circ$ ，则 $\angle BOC$ 的大小为
A. 40° B. 30° C. 80° D. 100°
3. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，如果它们的相似比为 $2:3$ ，那么它们的面积比是
A. $3:2$ B. $2:3$ C. $4:9$ D. $9:4$
4. 下面是一个反比例函数的图象，它的表达式可能是
A. $y = x^2$ B. $y = \frac{4}{x}$ C. $y = -\frac{3}{x}$ D. $y = \frac{1}{2}x$



第 2 题图

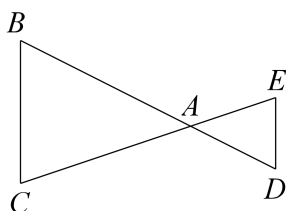


第 4 题图

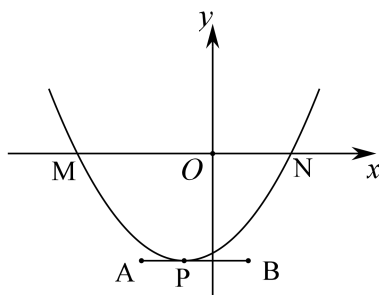


第 5 题图

5. 正方形 ABCD 内接于 $\odot O$ ，若 $\odot O$ 的半径是 $\sqrt{2}$ ，则正方形的边长是
A. 1 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$
6. 如图，线段 BD，CE 相交于点 A， $DE \parallel BC$ 。若 $BC = 3$ ， $DE = 1.5$ ， $AD = 2$ ，则 AB 的长为
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5



第 6 题图



第 8 题图

7. 若要得到函数 $y = (x-1)^2 + 2$ 的图象，只需将函数 $y = x^2$ 的图象

- A. 先向右平移 1 个单位长度，再向上平移 2 个单位长度
- B. 先向左平移 1 个单位长度，再向上平移 2 个单位长度
- C. 先向左平移 1 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度
- D. 先向右平移 1 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度

8. 如图，一条抛物线与 x 轴相交于 M, N 两点（点 M 在点 N 的左侧），其顶点 P 在线段 AB 上移动，点 A, B 的坐标分别为 $(-2, -3), (1, -3)$ ，点 N 的横坐标的最大值为 4，则点 M 的横坐标的最小值为

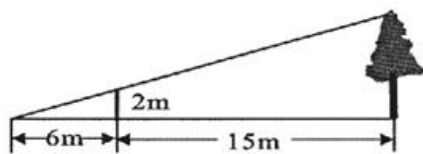
- A.-1
- B.-3
- C.-5
- D.-7

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

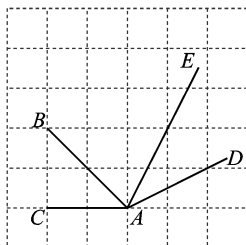
9. 二次函数 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 图象的开口方向是_____.

10. $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 3$ ，则 $\tan A$ 的值为_____.

11. 如图，为了测量某棵树的高度，小颖用长为 $2m$ 的竹竿做测量工具，移动竹竿，使竹竿、树的顶端的影子恰好落在地面的同一点. 此时竹竿与这一点距离相距 $6m$ ，与树相距 $15m$ ，那么这棵树的高度为_____.



11 题图



13 题图

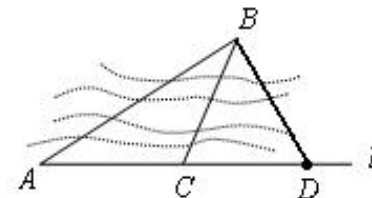
12. 已知一个扇形的半径是 1，圆心角是 120° ，则这个扇形的弧长是_____.

13. 如图所示的网格是正方形网格，则 $\sin \angle BAC$ 与 $\sin \angle DAE$ 的大小关系是_____.

14. 写出抛物线 $y = 2(x-1)^2$ 图象上一对对称点的坐标，这对对称点的坐标

可以是_____和_____.

15. 如图，为测量河内小岛 B 到河边公路 l 的距离，在 l 上顺次取 A, C, D 三点，在 A 点测得 $\angle BAD = 30^\circ$ ，在 C 点测得 $\angle BCD = 60^\circ$ ，又测得 $AC = 50$ 米，则小岛 B 到公路 l 的距离为_____米.



16. 在平面直角坐标系 xOy 内有三点： $(0, -2)$ ， $(1, -1)$ ， $(2.17, 0.37)$. 则过这三个点_____（填“能”或“不能”）画一个圆，理由是_____.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27, 28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 已知： $\frac{a}{b} = \frac{5}{3}$. 求： $\frac{a+b}{b}$.

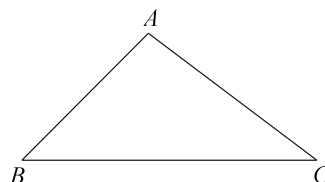
18. 计算： $2\cos 30^\circ - 4\sin 45^\circ + \sqrt{8}$.

19. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$.

(1) 将 $y = x^2 - 2x - 3$ 化成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式;

(2) 求该二次函数图象的顶点坐标.

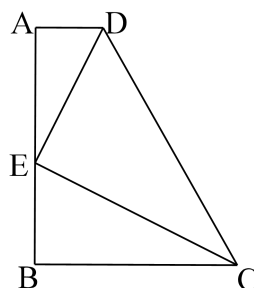
20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B$ 为锐角, $AB = 3\sqrt{2}$, $BC = 7$, $\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 求 AC 的长.



21. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, 点 E 在 AB 上, $AD = 1$, $AE = 2$,

$BC = 3$, $BE = 1.5$.

求证: $\angle DEC = 90^\circ$.

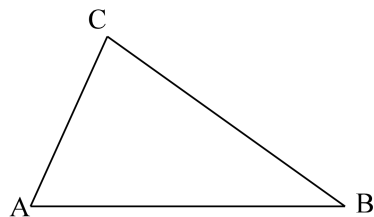
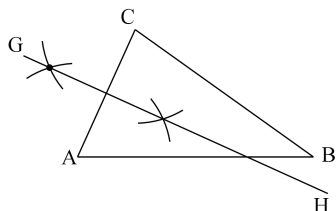


22. 下面是小东设计的“在三角形一边上求作一个点, 使这点和三角形的两个顶点构成的三角形与原三角形相似”的尺规作图过程.

已知: $\triangle ABC$.

求作: 在 BC 边上求作一点 P , 使得 $\triangle PAC \sim \triangle ABC$.

作法: 如图,



①作线段 AC 的垂直平分线 GH ;

②作线段 AB 的垂直平分线 EF , 交 GH 于点 O ;

③以点 O 为圆心, 以 OA 为半径作圆;

④以点 C 为圆心, CA 为半径画弧, 交 $\odot O$ 于点 D (与点 A 不重合);

⑤连接线段 AD 交 BC 于点 P .

所以点 P 就是所求作的点.

根据小东设计的尺规作图过程，

- (1) 使用直尺和圆规，补全图形；(保留作图痕迹)
- (2) 完成下面的证明.

证明: $\because CD=AC$,

$\therefore CD =$ _____.

$\therefore \angle$ _____= $\angle$ _____.

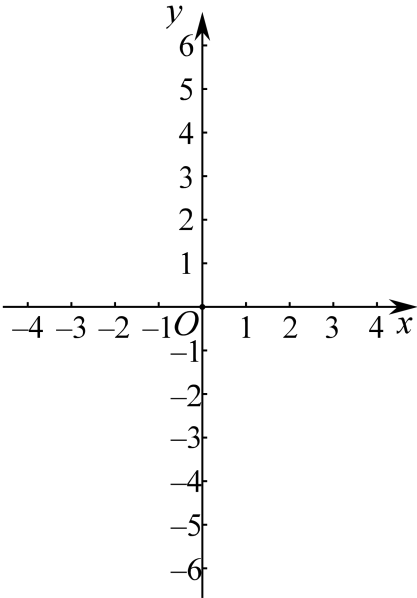
又 $\because \angle$ _____= $\angle$ _____,

$\therefore \triangle PAC \sim \triangle ABC$ (_____) (填推理的依据).

23.在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=x+2$

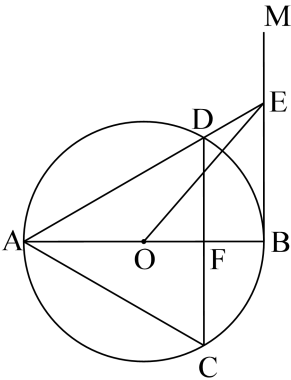
与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 相交于点 $A(m, 3)$.

- (1) 求反比例函数的表达式；
- (2) 画出直线和双曲线的示意图；
- (3) 若 P 是坐标轴上一点，当 $OA=PA$ 时.
直接写出点 P 的坐标.

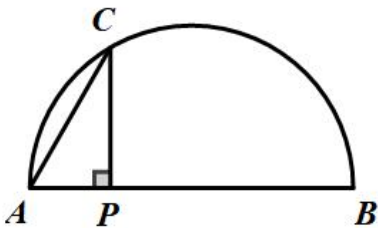


24. 如图， AB 是 O 的直径，过点 B 作 O 的切线 BM ，点 A, C, D 分别为 O 的三等分点，连接 AC, AD, DC ，
延长 AD 交 BM 于点 E ， CD 交 AB 于点 F .

- (1) 求证: $CD \parallel BM$;
- (2) 连接 OE ，若 $DE=m$ ，求 $\triangle OBE$ 的周长.



25. 在如图所示的半圆中， P 是直径 AB 上一动点，过点 P 作 $PC \perp AB$ 于点 P ，交半圆于点 C ，连接 AC 。已知 $AB=6\text{cm}$ ，设 A, P 两点间的距离为 $x\text{cm}$ ， P, C 两点间的距离为 $y_1\text{cm}$ ， A, C 两点间的距离为 $y_2\text{cm}$ 。小聪根据学习函数的经验，分别对函数 y_1, y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究。

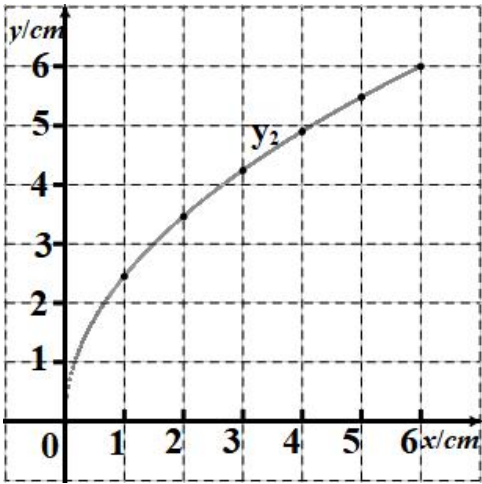


下面是小聪的探究过程，请补充完整：

(1) 按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量，分别得到了 y_1, y_2 与 x 的几组对应值；

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm	0	2.24	2.83		2.83	2.24	0
y_2/cm	0	2.45	3.46	4.24	4.90	5.48	6

(2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中，描出补全后的表中各组数值所对应的点 (x, y_1) ， (x, y_2) ，并画出函数 y_1, y_2 的图象；



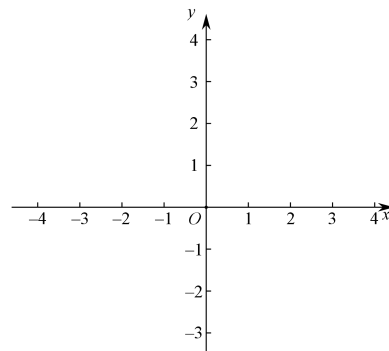
(3) 结合函数图象，解决问题：当 $\triangle APC$ 有一个角是 30° 时， AP 的长度约为_____cm.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + 2ax + c$ （其中 a 、 c 为常数，且 $a < 0$ ）与 x 轴交于点 $A(-3, 0)$ ，与 y 轴交于点 B ，此抛物线顶点 C 到 x 轴的距离为 4.

(1) 求抛物线的表达式；

(2) 求 $\angle CAB$ 的正切值；

(3) 如果点 P 是 x 轴上的一点，且 $\angle ABP = \angle CAO$ ，直接写出点 P 的坐标.



27. 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle ADC=60^\circ$, BD 是一条对角线, 点 P 在边 CD 上(与点 C, D 不重合), 连接 AP , 平移 $\triangle ADP$, 使点 D 移动到点 C , 得到 $\triangle BCQ$, 在 BD 上取一点 H , 使 $HQ=HD$, 连接 HQ, AH, PH .

- (1) 依题意补全图 1;
- (2) 判断 AH 与 PH 的数量关系及 $\angle AHP$ 的度数, 并加以证明;
- (3) 若 $\angle AHQ=141^\circ$, 菱形 $ABCD$ 的边长为 1, 请写出求 DP 长的思路. (可以不写出计算结果)

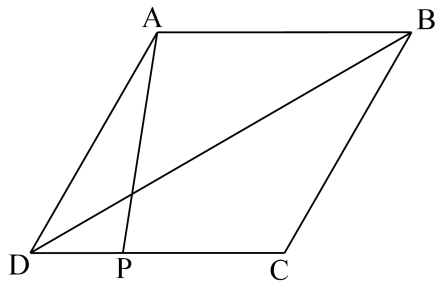
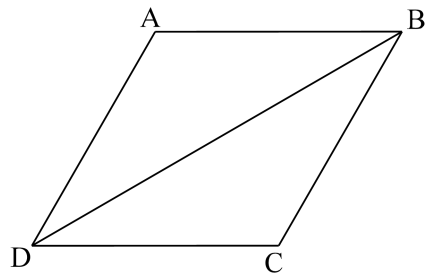


图 1



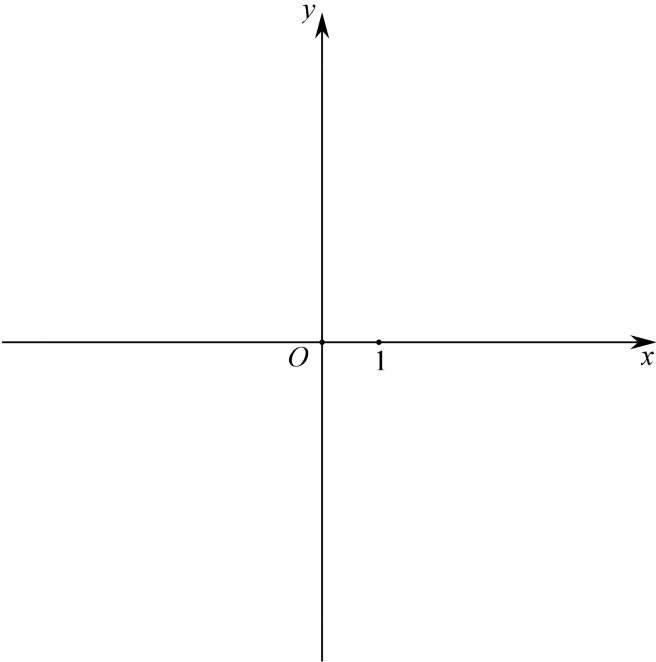
备用图

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(x, 0)$ ， $B(x, y)$ ，若线段 AB 上存在一点 Q 满足 $\frac{QA}{QB} = \frac{1}{2}$ ，则称点 Q 是线段 AB 的“倍分点”。

(1) 若点 $A(1, 0)$ ， $AB=3$ ，点 Q 是线段 AB 的“倍分点”。

- ①求点 Q 的坐标；
- ②若点 A 关于直线 $y=x$ 的对称点为 A' ，当点 B 在第一象限时，求 $\frac{QA'}{QB}$ ；

(2) $\odot T$ 的圆心 $T(0, t)$ ，半径为 2，点 Q 在直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 上， $\odot T$ 上存在点 B ，使点 Q 是线段 AB 的“倍分点”，直接写出 t 的取值范围。



2018-2019 学年度第一学期期末初三质量检测

数学试卷评分标准

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下列各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	C	B	B	C	A	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 下 10. $\frac{3}{4}$ 11. $7m$ 12. $\frac{2\pi}{3}$ 13. $\sin \angle BAC > \sin \angle DAE$

14. (2, 2), (0, 2) (答案不唯一) 15. $25\sqrt{3}$ 16. 能，因为这三点不在一条直线上.

三、解答题(本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27, 28 题，每小题 7 分)

17. 解: $\because \frac{a}{b} = \frac{5}{3}, \therefore \frac{a+b}{b} = \frac{a}{b} + 1 = \frac{5}{3} + 1 = \frac{8}{3}$5 分

18. 解: 原式 $= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{2}$ 3 分

$= \sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$ 4 分

$= \sqrt{3}$ 5 分

19. 解: (1) $y = x^2 - 2x - 3$

$= x^2 - 2x + 1 - 1 - 3$ 2 分

$= (x-1)^2 - 4$3 分

(2) $\because y = (x-1)^2 - 4$,

$\therefore$ 该二次函数图象的顶点坐标是 (1, -4).5 分

20. 解: 作 $AD \perp BC$ 于点 D , $\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$.

$\because \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\therefore \angle B = \angle BAD = 45^\circ$2 分

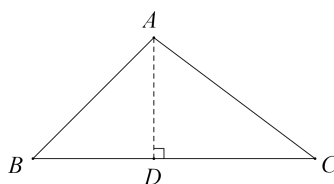
$\because AB = 3\sqrt{2}$,

$\therefore AD = BD = 3$3 分

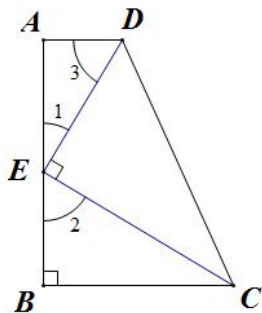
$\because BC = 7, \therefore DC = 4$.

$\therefore$ 在 $Rt\triangle ACD$ 中,

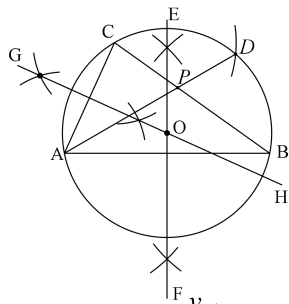
$AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = 5$5 分



21. (1) 证明: $\because AB \perp BC, \therefore \angle B = 90^\circ$.
 $\because AD \parallel BC, \therefore \angle A = 90^\circ. \therefore \angle A = \angle B. \dots\dots\dots 2$ 分
 $\because AD=1, AE=2, BC=3, BE=1.5,$
 $\therefore \frac{1}{1.5} = \frac{2}{3}. \therefore \frac{AD}{BE} = \frac{AE}{BC}$
 $\therefore \triangle ADE \sim \triangle BEC. \therefore \angle 3 = \angle 2. \dots\dots\dots 3$ 分
 $\because \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ, \therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ.$
 $\therefore \angle DEC = 90^\circ. \dots\dots\dots 5$ 分



22. (1) 补全图形如图所示: $\dots\dots\dots 2$ 分
 (2) $AC, \angle CAP = \angle B, \angle ACP = \angle ACB,$
 有两组角对应相等的两个三角形相似. $\dots\dots\dots 5$ 分



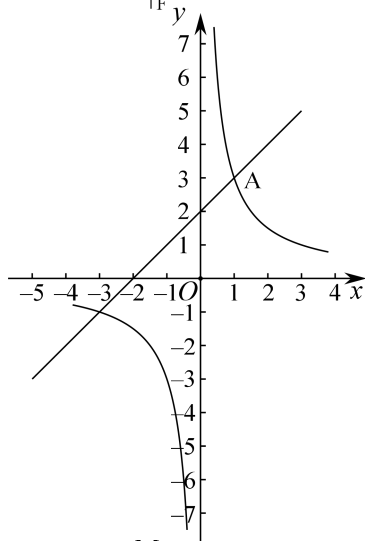
23. 解: (1) $\because$ 直线 $y = x + 2$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 相交于点 $A(m, 3)$
 $\therefore 3 = m + 2$, 解得 $m = 1$.
 $\therefore A(1, 3) \dots\dots\dots 1$ 分

把 $A(1, 3)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 解得 $k = 3$,

$\therefore y = \frac{3}{x} \dots\dots\dots 2$ 分

(2) 如图 $\dots\dots\dots 4$ 分

(3) $P(0, 6)$ 或 $P(2, 0) \dots\dots\dots 6$ 分



24. 证明: (1) $\because$ 点 A、C、D 为 O 的三等分点,

$\therefore AD = DC = AC, \therefore AD = DC = AC.$

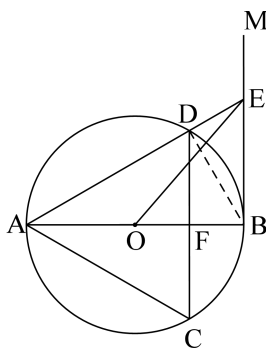
$\because AB$ 是 O 的直径,

$\therefore AB \perp CD.$

$\because$ 过点 B 作 O 的切线 BM ,

$\therefore BE \perp AB.$

$\therefore CD \parallel BM. \dots\dots\dots 3$ 分



(2) 连接 DB.

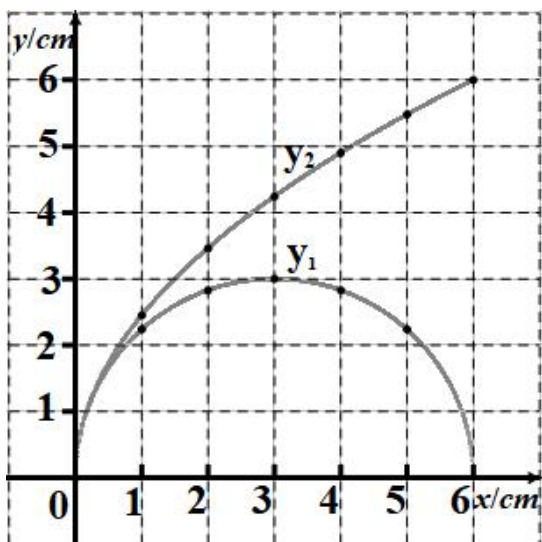
① 由双垂直图容易得出 $\angle DBE = 30^\circ$, 在 $Rt\triangle DBE$ 中, 由 $DE = m$, 解得 $BE = 2m, DB = \sqrt{3}m$.

② 在 $Rt\triangle ADB$ 中利用 30° 角, 解得 $AB = 2\sqrt{3}m, OB = \sqrt{3}m. \dots\dots\dots 4$ 分

③ 在 $Rt\triangle OBE$ 中, 由勾股定理得出 $OE = \sqrt{7}m. \dots\dots\dots 5$ 分

④ 计算出 $\triangle OBE$ 周长为 $2m + \sqrt{3}m + \sqrt{7}m. \dots\dots\dots 6$ 分

25. (1) 3.00 $\dots\dots\dots 1$ 分



- (2)4 分
 (3) 1.50 或 4.502 分

26. 解: (1) 由题意得, 抛物线 $y = ax^2 + 2ax + c$ 的对称轴是直线 $x = -\frac{2a}{2a} = -1$1 分

$\because a < 0$, 抛物线开口向下, 又与 x 轴有交点, $\therefore$ 抛物线的顶点 C 在 x 轴的上方.

由于抛物线顶点 C 到 x 轴的距离为 4, 因此顶点 C 的坐标是 $(-1, 4)$.

可设此抛物线的表达式是 $y = a(x+1)^2 + 4$,

由于此抛物线与 x 轴的交点 A 的坐标是 $(-3, 0)$, 可得 $a = -1$.

因此, 抛物线的表达式是 $y = -x^2 - 2x + 3$2 分

(2) 点 B 的坐标是 $(0, 3)$.

联结 BC . $\because AB^2 = 18$, $BC^2 = 2$, $AC^2 = 20$, 得 $AB^2 + BC^2 = AC^2$.

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形, $\angle ABC = 90^\circ$.

所以 $\tan \angle CAB = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{3}$.

即 $\angle CAB$ 的正切值等于 $\frac{1}{3}$4 分

(3) 点 p 的坐标是 $(1, 0)$6 分

27. (1) 补全图形, 如图所示.2 分

(2) AH 与 PH 的数量关系: $AH = PH$, $\angle AHP = 120^\circ$.

证明: 如图, 由平移可知, $PQ = DC$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle ADC = 60^\circ$,

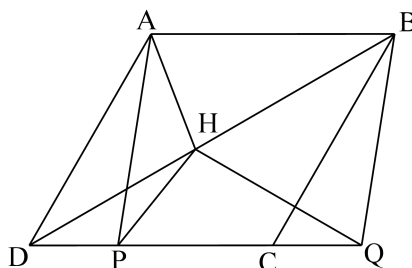
$\therefore AD = DC$, $\angle ADB = \angle BDQ = 30^\circ$. $\therefore AD = PQ$.

$\because HQ = HD$, $\therefore \angle HQD = \angle HDQ = 30^\circ$. $\therefore \angle ADB = \angle DQH$, $\angle DHQ = 120^\circ$.

$\therefore \triangle ADH \cong \triangle PQH$. $\therefore AH = PH$, $\angle AHD = \angle PHQ$. $\therefore \angle AHD + \angle DHP = \angle PHQ + \angle DHP$.

$\therefore \angle AHP = \angle DHQ$. $\because \angle DHQ = 120^\circ$, $\therefore \angle AHP = 120^\circ$5 分

(3) 求解思路如下:



由 $\angle AHQ=141^\circ$, $\angle BHQ=60^\circ$ 解得 $\angle AHB=81^\circ$.

a.在 $\triangle ABH$ 中, 由 $\angle AHB=81^\circ$, $\angle ABD=30^\circ$, 解得 $\angle BAH=69^\circ$.

b.在 $\triangle AHP$ 中, 由 $\angle AHP=120^\circ$, $AH=PH$, 解得 $\angle PAH=30^\circ$.

c.在 $\triangle ADB$ 中, 由 $\angle ADB=\angle ABD=30^\circ$, 解得 $\angle BAD=120^\circ$.

由 a、b、c 可得 $\angle DAP=21^\circ$.

在 $\triangle DAP$ 中, 由 $\angle ADP=60^\circ$, $\angle DAP=21^\circ$, $AD=1$, 可解 $\triangle DAP$,

从而求得 DP 长.....7 分

28.解: (1) $\because A(1, 0)$, $AB=3$

$\therefore B(1, 3)$ 或 $B(1, -3)$

$$\because \frac{QA}{QB} = \frac{1}{2}$$

$\therefore Q(1, 1)$ 或 $Q(1, -1)$ 3 分

(2) 点 $A(1, 0)$ 关于直线 $y=x$ 的对称点为 $A'(0, 1)$

$\therefore QA=QA'$

$$\therefore \frac{QA'}{QB} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(3) $-4 \leq t \leq 4$7 分

