2016—2017学年第一学期九年级数学期中复习要点

考试范围：苏科版九年级数学教材上册第一章《一元二次方程》、下册第五章《二次函数》；考试时间：120分钟；考试分值：130分；考试题型：选择题、填空题、解答题。

第一章《一元二次方程》

考点：一元二次方程概念与解法；一元二次方程根的判别式；一元二次方程根与系数关系；用一元二次方程解决问题。

练习：

1．方程$(x-2)(x+3)=0$的解是(▲)．

A．$x=2$　B．$x=-3$　C．$x_1=-2$，$x_2=3$　D．$x_1=2$，$x_2=-3$

2．若关于x的一元二次方程$kx^2-2x-1=0$有两个不相等的实数根，则k的取值范围是(▲)．

A．$k>-1$；　B．$k>-1$且$k\neq0$；　C．$k<1$；　D．$k<1$且$k\neq0$

3. 若分式$\frac{x^2-x-6}{x^2+3x+2}$的值为0，则x的值为(▲)．

A．3或-2　B．3　C．-2　D．-3或2

4. 设α、β是方程$x^2+x-2016=0$的两个实数根，则$\alpha^2+2\alpha+\beta$的值为(▲)．

A．2014　B．2015　C．2016　D．2017

5. 方程① $ax^2+bx+c=0$　②$(x-9)^2=1$　③$x+3=\frac{1}{x}$　④$4x^2+2x-1=0$　⑤$\sqrt{x+1}=x-1$中，一元二次方程的个数是 (▲)．

A．1　B．2　C．3　D．4

6．用配方法解一元二次方程$x^2-2x-3=0$时，方程变形正确的是 (▲)．

A．$(x-1)^2=2$　B．$(x-1)^2=4$　C．$(x-1)^2=1$　D．$(x-1)^2=7$

7. 已知1是关于x的一元二次方程 $(m-1)x^2+x+1=0$的一个根，则m的值是 (▲)．

A．1　B．±1　C．0　D．-1

8．两个一元二次方程：M: $ax^2+bx+c=0$　N：$cx^2+bx+a=0$，其中$a+c=0$，以下列四个结论中，错误的是 (▲)．

A．如果方程M有两个不相等的实数根，那么方程N也有两个不相等的实数根；

B．如果方程M的两根符号相同，那么方程N的两根符号也相同；

C．如果5是方程M的一个根，那么$\frac{1}{5}$是方程N的一个根；

D．如果方程M和方程N有相同的根，那么这个根只能$x=1$．

9．下列方程中，有两个不相等实数根的是（　　）

A．$x^2-2x+3=0$　　B．$x^2-2x-1=0$　　C．$x^2=2\sqrt{3}x-3$　　D．$x^2-4x+4=0$

10、方程$x^2-3x=0$的解为【　　】

A、$x=0$　　B、$x=3$　　C、$x_1=0,x_2=-3$　　D、$x_1=0,x_2=3$

11.太仓市港区商贸会吸引人数逐年增加，据统计，2014年约为20万人次，**2016**年约为28.8万人次，设参会人数年均增长率为x，则下列方程中正确的是（　　）

A．20（1+2x）=28.8　　B．28.8（1+x）^{2}=20

C．20（1+x）^{2}=28.8　　D．20+20（1+x）+20（1+x）^{2}=28.8

12、若x_1，x_2是一元二次方程$x^2-3x+2=0$的两根，则x_1+x_2的值是【　　】

A、－2 B、 2　　C、3　　D、 1

13．已知3是关于x的方程$\frac{4}{3}x^2-2ax+3=0$的一个解，则a的值是___▲___；

14．用配方法解方程$x^2-6x=2$时，方程的两边同时加上___▲___，使得方程左边配成一个完全平方式；

15．已知方程$x^2-x+k=0$的两根之比为2，则k为___▲___；

16．方程$x^2=x$的解是___▲___.

17．若m，n是方程$x^2+x-1=0$的两个实数根，则m^2+2m+n的值为___▲___.

18．已知关于x的一元二次方程$mx^2-3x-\frac{1}{2}=0$ 有实数根，则m的取值范围为___▲___.

19．某商品经过连续两次降价，销售单价由原来的125元降到80元，则平均每次降价的百分率为___▲___.

20．已知关于x的一元二次方程$x^2-x-m=0$有两个不相等的实数根，则实数m的取值范围是___▲___·

21．若关于x的一元二次方程$ax^2+bx+5=0$的一个解是x=1，则2015－a－b=___▲___.

22. 若关于x的方程$x^2-2x-m=0$有两个相等的实数根，则m的值是___▲___.

23. 解下列方程．(每小题4分，共8分)

(1)　$x^2-3x+1=0$　　(2) $(x+3)^2=(1-2x)^2$

24. 已知关于x的一元二次方程$x^2+kx-l=0$.

(1) 求证：方程有两个不相等的实数根；

(2) 设方程的两根分别为x_1，x_2，且满足$x_1+x_2=x_1\cdot x_2$，求k的值.

25. 解方程 $x^4-5x^2+4=0$，这是一个一元四次方程，根据该方程的特点，它的解法通常是：

设 $x^2=y$，那么 $x^4=y^2$，于是原方程可变为 $y^2-5y+4=0$ ①，解得 $y_1=1$，$y_2=4$.

当 $y=1$ 时，$x^2=1$，∴ $x=\pm1$；

当 $y=4$ 时，$x^2=4$，∵ $x=\pm2$；

∴原方程有四个根：$x_1=1$，$x_2=-1$，$x_3=2$，$x_4=-2$.

(1) 在由原方程得到方程①的过程中，利用__▲__法达到__▲__的目的，体现了数学的转化思想.

(2) 解方程 $(x^2+x)^2-4(x^2+x)-12=0$.

26. 已知关于 x 的方程 $a^2x^2+(2a-1)x+1=0$ 有两个不相等的实数根 x_1，x_2.

(1) 求 a 的取值范围；

(2) 是否存在实数 a，使方程的两个实数根互为相反数？如果存在，求出 a 的值；如果不存在，说明理由.

27．某市场今年 1 月份销售额为 100 万元，2 月份销售额下降了 10%，该商场马上采取措施，改进经营管理，使月销售额大幅上升，4 月份的销售额达到 129．6 万元，求 3、4 月份平均每月销售额增长的百分率.

28．某水果店出售一种水果，每只定价 20 元时，每周可卖出 300 只，试销发现：

(1) 每只水果每降价 1 元，每周可多卖出 25 只，如何定价，才能使一周销售收入最多？

(2) 每只水果每涨价 1 元，每周将少卖出 10 只，如何定价，才能使一周销售收入最多？

(3) 根据以上信息，你认为应当如何定价才能使一周销售收入最多？

29． 解方程：

(1) $x^2+6x-16=0$　　　　(2) $(x-2)^2-9(x+1)^2=0$

30．已知关于 x 的方程 $x^2-(k+2)x+2k=0$.

(1)证明：无论 k 取何实数，方程总有实数根；

(2)若方程有两个相等的实数根，求出方程的根.

第五章　二次函数

考点：二次函数概念；二次函数图像与性质；用待定系数法确定二次函数解析式；二次函数与一元二次方程、不等式的关系；用二次函数解决问题。

练习：

1．抛物线 $y=x^2-6x+5$ 的顶点坐标为（　　）

A．(3，－4)　　B．(－3，4)　　C．(3，4)　　D．(－3，－4)

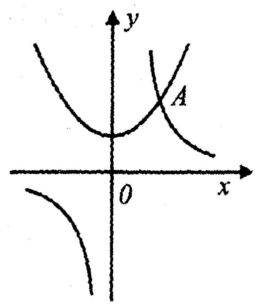
2．下列函数中，当 x>0 时，y 随 x 增大而减小的是（　　）

A．$y=x^2$　　B．$y=x-1$　　C．$y=\frac{3}{4}x$　　D．$y=\frac{1}{x}$

3．将二次函数 $y=x^2-2x+3$ 化为 $y=(x-h)^2+k$ 的形式，结果是（　　）

A．$y=(x-1)^2+2$　　B．$y=(x+1)^2+2$

C．$y=(x-1)^2+4$　　D．$y=(x+1)^2+4$



4．如图，抛物线 $y=x^2+1$ 与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 的交点 A 横坐标是 1，则关于 x 的不等式 $-\frac{k}{x}+x^2+1<0$ 的解集是（　　）

A．$x>1$　　B．$x<-1$　　C．$0<x<1$　　D．$-1<x<0$

5．由二次函数 $y=2(x-3)^2+1$，可知（　　）

A．其图象的开口向下　　B．其图象的对称轴为直线 x=－3

C．其最小值为 1　　D．当 x<3 时，y 随 x 的增大而增大

6．把二次函数 $y=-\frac{1}{4}x^2-x+3$ 用配方法化成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式（　　）

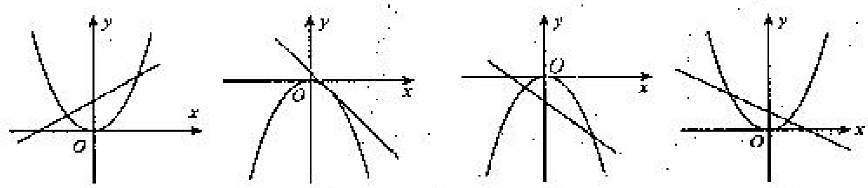
A．$y=-\frac{1}{4}(x-2)^2+2$　　B．$y=\frac{1}{4}(x-2)^2+4$

C．$y=-\frac{1}{4}(x+2)^2+4$　　D．$y=(\frac{1}{2}x-\frac{1}{2})^2+3$

7. 把函数 $y=-2x^2+4x+1$ 的图象先向左平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位，所得的抛物线解析式是【　　】

A、$y=-2(x-1)^2+6$；B、$y=-2(x-1)^2-6$；C、$y=-2(x+1)^2+6$；D、$y=-2(x+1)^2-6$

8．如图，函数 $y=-ax^2$ 和 $y=ax+b$ 在同一直角坐标系中的图象可能为（　　）



A　　B　　C　　D

9．已知二次函数 y=ax²+bx+c 的 y 与 x 的部分对应值如下表：

x	…	−1	0	1	3	…
y	…	−3	1	3	1	…

则下列判断中正确的是（　　）

A．抛物线开口向上　　B．抛物线与 y 轴交于负半轴

C．当 x=4 时，y>0　　D．方程 ax²+bx+c=0 的正根在 3 与 4 之间

10.已知二次函数 $y=kx^2+(2k-1)x-1$ 与 x 轴交点的横坐标为 x_1、x_2（$x_1<x_2$），则对于下列结论：①当 $x>x_1$ 时，$y>0$；②方程 $kx^2+(2k-1)x-1=0$ 有两个不相等的实数根 x_1、x_2；③ $x_1<-1, x_2>-1$；④ $x_2-x_2=\dfrac{\sqrt{1+4k^2}}{k}$，其中正确的结论是【　　】

A、①②B、②③　　　　C、②④　　　　D、③④

11．点 A (2、y_1)，B(3、y_2)是二次函数 y= x²－2 x－1 图像上的两点，则 y_1 与 y_2 的大小关系为 y_1__▲__ y_2(填“>”,“<”或“=”)；

12．把抛物线 y = x ²－4 x +3 的图像先向右平移 3 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度，所得图像的表达式是__▲__；

13．已知二次函数 y= x ²+bx+c 的图像经过点 A (－1、0)，B (1，－2)，该图像与 x 轴的另一个交点为 C，则 AC 的长为__▲__；

14．二次函数 y=ax² + bx + c(a、b、c 为常数，且 a≠0)中，x 与 y 的部分对应值如下表：

x	−1	0	1	3
y	−1	3	5	3

下列结论：① ac<0;　　　　② 当 x >1 时，y 随 x 增大而减少；

③ 3 是方程 ax² +(b－1)x + c=0 的一个根；

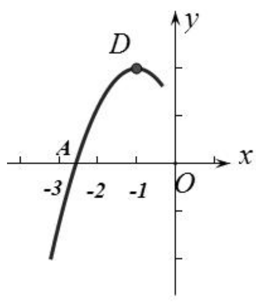
④ 当－1< x <3 时，ax²+(b－1) x + c>0。以上说法正确的是__▲__．(只需填序号)

15．若函数 y=mx² 一 6x+2 的图象与 x 轴只有一个公共点，则常数 m 的值是__▲__．

16．已知点 A(－1，y_1)、B（－2，y_2)、C(3，y_3)在抛物线 y=－x²－2x+c 上，则 y_1、y_2、y_3 的大小关系是__▲__(用“>”连接)．

17、抛物线 y=ax²+bx+c 的顶点为 D（－1，2），与 x 轴的一个交点 A

在点（－3，0）和（－2，0）之间，其部分图象如图，则以下结论：①$b^2-4ac<0$；②$a+b+c<0$；③$c-a=2$；



④方程 $ax^2+bx+c-2=0$ 有两个相等的实数根．

其中正确的结论有____▲____（填序号）．

18、小王使用几何画板软件绘制抛物线 $y=kx^2+(2k-1)x-1$ 时发现这条抛物线总经过两个定点，其中一个是（0，−1），则另一个定点的坐标是____▲____．

19、若抛物线 $y=x^2-mx-3$ 与 x 轴分别交于 A、B 两点，且 m 为整数，则 AB=__▲______．

20、已知抛物线 $y=x^2+x+b^2$ 经过点 $(a,-\frac{1}{4})$ 和 $(-a,y_1)$，则 y_1 的值是___▲______．

21．已知二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 的图像与 x 轴的两个交点 A、B 的横坐标分别为 3 和 2，与 y 轴交于点 C．

(1) 求这个二次函数的表达式；

(2) 写出这个二次函数的顶点坐标与对称轴；

(3) 连接 AC、BC，求△ABC 的面积．

22．(每小题 4 分，共 8 分)

(1) 已知二次函数 $y=x^2-mx+m$ 的图像与 x 轴只有一个公共点，求 m 的值；

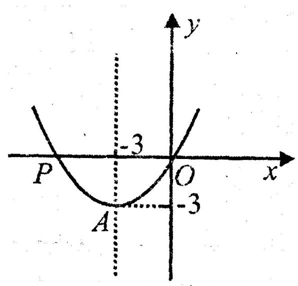
(2) 已知二次函数 $y=x^2-2x-3a$ 的图像与两坐标轴只有一个公共点，求 a 的取值范围．

23．已知抛物线 $y=ax^2+bx$ 经过点 A (−3、−3)和点 P (t、0)，且 $t\neq0$

(1) 若抛物线的对称轴经过点 A，如图所示，则此时 y 的最小值为___▲___；并写出此时 t 的值为___▲___；

(2) 若 t=−4，求 a、b 的值．

(3) 直接写出使抛物线开口向下的一个 t 的值．

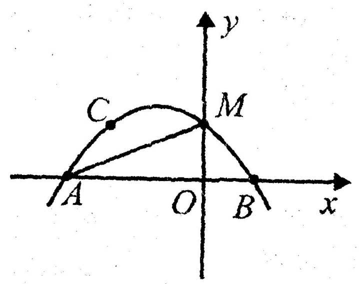


24．如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq0$)经过 A (−3，0)，B (1，0)，C (−2，1)三点，与 y 轴交于点 M。

(1) 求抛物线的表达式；

(2) D 为抛物线在第二象限部分上的一点，作 *DE*⊥x 轴于点 *E*，交线段 *AM* 于点 *F*，求线段 *DF* 长度的最大值，并求此时点 *D* 的坐标；

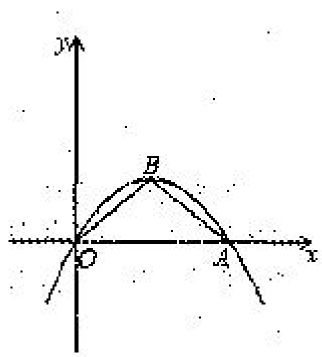
(3) 抛物线上是否存在异于 *M* 的一点 *P*，作 *PN* 垂直 x 轴于点 *N*，使得以点 *P*、A、*N* 为顶点的三角形与△*MAO* 相似？若存在，求点 *P* 的坐标，若不存在，请说明理由？



25.已知二次函数 $y=-x^2+2bx$ 的图象经过原点及 x 轴上正半轴另一点 A，设此二次函数图象的顶点为 B，若△OAB 是等腰直角三角形．

(1)求 b 的值；

(2)利用二次函数 $y=-x^2+2bx$ 的图象，写出不等式一 $x^2+2bx+3>0$ 的解集为__▲__.

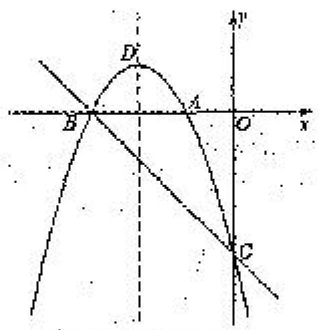


26..如图，二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 的图像与 x 轴交于点 B（-3,0）与 y 轴交于点 C（0，-3）.

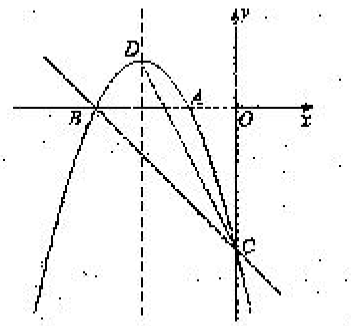
(1)求二次函数的解析式；

(2)设抛物线的顶点为 D，与 x 轴的另一个交点为 A．点 P 在抛物线的对称轴上，且∠APD =∠ACB，求点 P 的坐标；

(3)连接 CD，求∠OCA 与∠OCD 两角和的度数．



第 28 题第(2)小题图



第 28 题第(3)小题图

27、已知：关于 x 的函数 $y=(k-1)x^2-2kx+k+2$ 的图象与 x 轴有交点．

（1）求 k 的取值范围；

（2）若 x_1，x_2 是函数图象与 x 轴两个交点的横坐标，且满足（$k-1$）$x_1^2+2kx_2+k+2=4x_1x_2$．

①求 k 的值；②当 $k \le x \le k+2$ 时，求函数 y 的最大值和最小值．

28.已知：二次函数 $y=ax^2+bx+6$ 与 x 轴交于 A、B 两点(点 A 在点 B 的左侧)，点 A、点 B 的横坐标分别为一元二次方程 $x^2-4x-12=0$ 的两个根．

（1）求出该二次函数表达式及顶点坐标；

（2）如图 1，在抛物线对称轴上是否存在点 P，使△APC 的周长最小，若存在，请求出点 P 的坐标：若不存在，请说明理由；

（3）如图 2，连接 AC、BC，点 Q 是线段 OB 上一个动点(点 Q 不与点 O、B 重合)．过点 Q 作 QD∥AC 交 BC 于点 D，设 Q 点坐标(m，0)，当△CDQ 面积 S 最大时，求 m 的值．

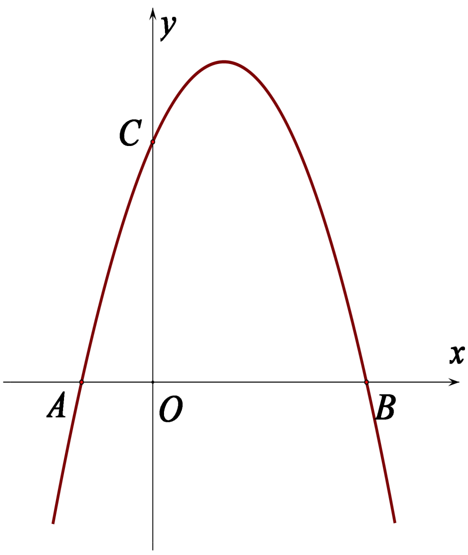


图 1

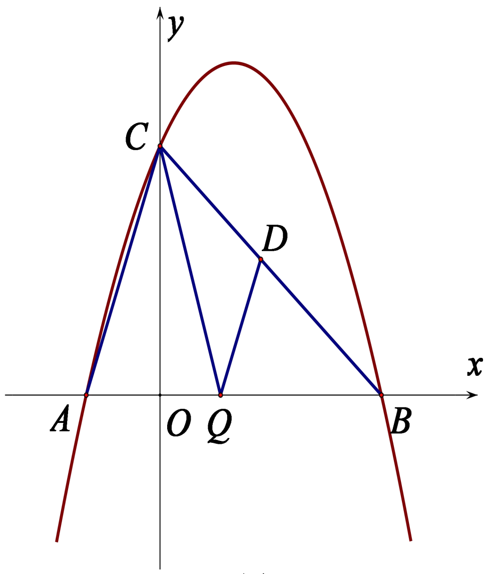


图 2

29、如图：已知二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 图像分别交 x 轴于 A（$-\frac{1}{2}$,0)、B（$\sqrt{5}$，0）两点，交 y 轴于点 C，过 B、C 两点作直线 BC．

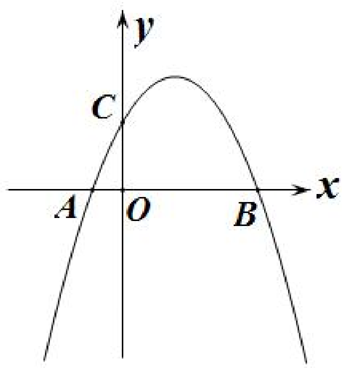
（1）求抛物线解析式；

（2）点 D 为抛物线位于第一象限部分上的一动点，且 $S_{\Delta BCD}=\frac{5}{8}\sqrt{5}$，求点 D 的坐标；

(3)在（2）的条件下，经过点 D 的直线 DG 平分 ΔBCD 的面积且交 BC 于点 G；

①点 E 为直线 DG 位于第四象限上一动点，且满足∠BEC=90^0，求点 E 坐标；

②在①的条件下，作点 D 关于直线 BC 的对称点 F，连结 FE，求证：CE 平分∠FED．



参考答案

第一章;

DBBDBB　　DDBDCC

13. $\frac{5}{2}$；14.9；15. $\frac{2}{9}$；16.0，1；17.0；18. $m \geq -\frac{9}{2}, 且 m \neq 0$；19.0.2；20. $m > -\frac{1}{4}$；21.2020；

22.-1；23.（1）$\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$；（2）4，$-\frac{2}{3}$；24.（1）$b^2 - 4ac = k^2 + 4 > 0$；（2）1；25.（1）

换元、降次；（2）-3，2；26.（1）$a < \frac{1}{4} 且 a \neq 0$；（2）$a = \frac{1}{2}$；

27. 【考点】一元二次方程的应用.【专题】增长率问题.

【分析】此题可设三、四月份平均每月销售额增长的百分率是 x．由题意得二月份的销售额是 100（1 - 10%），在此基础上连续两年增长，达到了 129.6，列方程求解.

【解答】解：设三、四月份平均每月销售额增长的百分率是 x.

100（1 - 10%）(1+x）^{2}=129.6，1+x=$\pm\frac{6}{5}$

x=$\frac{1}{5}$=20%或 x= - $\frac{11}{5}$（负值舍去）.

答：三、四月份平均每月销售额增长的百分率是 20%.

【点评】注意此题中的二月份的销售额实际上是 100（1 - 10%）.

28. 解：（1）设销售收入为 W 元，售价为 x 元，由题意，得

W=x[（20 - x）×25+300]，W= - 25x^2+800x，

∴W= - 25（x - 16）^{2}+6400．∴a= - 25＜0，∴x=16 时，W 最大=6400.

∴定价为 16 元时，一周销售收入最多为 6400 元；

（2）设销售收入为 M 元，售价为 a 元，由题意，得

M=a[300 - （a - 20）×10]，M= - 10（a - 25）^{2}+6250

∴a= - 10＜0，∴a=25 时，$M_{最大}$=6250，

∴定价为 25 元时，一周销售收入最多为 6250 元；

（3）∵6400＞6250，∴当定价为 16 元时，才能使一周销售收入最多.

29.（1）-8，2；（2）$-\frac{1}{4}, -\frac{5}{2}$；

30.（1）$b^2 - 4ac = (k-2)^2 \geq 0$，（2）2。

第五章：

ADACC　CCDDB　10. 解：①因不知道 k 的符号，就不知道开口方向，无法确定，错误；②因二次函数 y=kx^2+（2k - 1）x - 1 与 x 轴有两个交点，所以，方程 kx^2+（2k - 1）x - 1=0 有两个不相等的实数根 x_1、x_2，正确；

③∵（x_1+1）（x_2+1）=x_1x_2+x_1+x_2+1= - $\frac{1}{k}$ - $\frac{2k-1}{k}$+1= - 1＜0，又 x_1＜x_2，

∴x_1+1＜x_2+1，x_1+1＜0，x_2+1＞0，即 x_1＜ - 1，x_2＞ - 1，正确；

④因为 k 的符号不确定，无法知道 x_2 - x_1 的大小，错误.

∴正确的结论是②③．故选：B.

11.<；12. $y=(x-5)^2-3$；13.3；14.①③④；15.0 或$\frac{9}{2}$；16. $y_1>y_2>y_3$；

17. ②③④。∵抛物线与 x 轴有两个交点，∴$b^2-4ac>0$，所以①错误；

∵顶点为 D（-1，2），∴抛物线的对称轴为直线 x=-1，

∵抛物线与 x 轴的一个交点 A 在点（-3，0）和（-2，0）之间，

∴抛物线与 x 轴的另一个交点在点（0，0）和（1，0）之间，

∴当 x=1 时，y<0，∴a+b+c<0，所以②正确；

∵抛物线的顶点为 D（-1，2），∴a-b+c=2，

∵抛物线的对称轴为直线 x==-1，∴b=2a，

∴a-2a+c=2，即 c-a=2，所以③正确；

∵当 x=-1 时，二次函数有最大值为 2，即只有 x=-1 时，$ax^2+bx+c=2$，

∴方程 $ax^2+bx+c-2=0$ 有两个相等的实数根，所以④正确．

18. 解：依题意得 $kx^2+(2k-1)x-1-y=0$ 恒成立，即 $k(x^2+2x)-x-y-1=0$ 恒成立，

则$\begin{cases}x^2+2x=0\\-x-y-1=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=0\\y=-1\end{cases}$或$\begin{cases}x=-2\\y=1\end{cases}$．所以另一个定点的坐标是（－2，1）．

19. 解：令 y=0，得：$x^2-mx-3=0$，
∵抛物线 $y=x^2-mx-3$ 与 x 轴分别交于 A、B 两点，且 m 为整数，
∴方程 $x^2-mx-3=0$ 的解为整数．
∵－1×3=－3，或 1×（－3）=－3，
∴方程的两个为 $x_1=-1$，$x_2=3$，或 $x_1=1$，$x_2=-3$，
∴AB=3－（－1）=4 或 AB=1－（－3）=1+3=4．

20. 解：已知抛物线 $y=x^2+x+b^2$ 经过点（a，$-\frac{1}{4}$），则有 $a^2+a+b^2=-\frac{1}{4}$；

化简可得：$(a+\frac{1}{2})^2+b^2=0$；解得 $a=-\frac{1}{2}$，b=0；所以原函数式为：$y=x^2+x$，

点（－a，y_1）即为（$\frac{1}{2}$，y_1），把 $x=\frac{1}{2}$代入 $y=x^2+x$ 中，得 $y_1=\frac{3}{4}$．

21. 解：（1）∵二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 的图象与 x 轴的两个交点 A、B 的横坐标分别为 3 和 2，∴点 A 的坐标为（3，0），点 B 的坐标为（2，0），

∴$\begin{cases}-9+3b+c=0\\-4+2b+c=0\end{cases}$ 解得，b=5，c=－6，即这个二次函数的表达式是：$y=-x^2+5x-6$；

（2）∵$y=-x^2+5x-6=-(x^2-5x)-6=-(x-\frac{5}{2})^2+\frac{1}{4}$，

∴这个二次函数的顶点坐标是（$\frac{5}{2}$，$\frac{1}{4}$），对称轴是直线 $x=\frac{5}{2}$；

（3）∵$y=-x^2+5x-6$ 与 y 轴交于点 C，∴x=0 时，y=－6，∴点 C 的坐标为（0，－6），
又∵点 A 的坐标为（3，0），点 B 的坐标为（2，0），

$\therefore S_{\triangle ABC}=\dfrac{(3-2)\times|-6|}{2}=3$，即△ABC 的面积是 3．

22．解：（1）根据题意得△=（﹣m）^{2}﹣4m=0，解得 m=0 或 m=4；

（2）因为二次函数 $y=x^2-2x-3a$ 的图象与两坐标轴只有一个公共点，

所以抛物线与 x 轴没有公共点，所以△=（﹣2）^{2}﹣4•（﹣3a）＜0，解得 $a<-\dfrac{1}{3}$．

23．解：（1）如图所示：若抛物线的对称轴经过点 A，则此时 y 的最小值为：﹣3；此时 t 的值为：﹣6；故答案为：﹣3，﹣6；

（2）若 t=﹣4，则二次函数图象经过 A（﹣3，﹣3），P（﹣4，0），

则$\begin{cases}-3=9a-3b\\0=16a-4b\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=1\\b=4\end{cases}$；

（3）使抛物线开口向下的一个 t 的值可以为：1（t＞﹣3 即可）．

24．解：由题意可知$\begin{cases}9a-3b+c=0\\a+b+c=0\\4a-2b+c=1\end{cases}$．解得$\begin{cases}a=-\dfrac{1}{3}\\b=-\dfrac{2}{3}\\c=1\end{cases}$．

∴抛物线的表达式为 $y=-\dfrac{1}{3}x^2-\dfrac{2}{3}x+1$．

（2）将 x=0 代入抛物线表达式，得 y=1．∴点 M 的坐标为（0，1）．

设直线 MA 的表达式为 y=kx+b，则$\begin{cases}b=1\\-3k+b=0\end{cases}$．解得$\begin{cases}k=\dfrac{1}{3}\\b=1\end{cases}$．

∴直线 MA 的表达式为 $y=\dfrac{1}{3}x+1$．

设点 D 的坐标为（x_0，$-\dfrac{1}{3}x_0^2-\dfrac{2}{3}x_0+1$），则点 F 的坐标为（$x_0$，$\dfrac{1}{3}x_0+1$）．

$DF=-\dfrac{1}{3}x_0^2-\dfrac{2}{3}x_0+1-(\dfrac{1}{3}x_0+1)$

$=-\dfrac{1}{3}x_0^2-x_0=-\dfrac{1}{3}(x_0+\dfrac{3}{2})^2+\dfrac{3}{4}$．当 $x_0=-\dfrac{3}{2}$时，DF 的最大值为$\dfrac{3}{4}$．

此时 $-\dfrac{1}{3}x_0^2-\dfrac{2}{3}x_0+1=\dfrac{5}{4}$，即点 D 的坐标为（$-\dfrac{3}{2}$，$\dfrac{5}{4}$）．

（3）存在点 P，使得以点 P、A、N 为顶点的三角形与△MAO 相似．

设 P（m，$-\dfrac{1}{3}m^2-\dfrac{2}{3}m+1$）．在 Rt△MAO 中，AO=3MO，要使两个三角形相似，由题意可知，点 P 不可能在第一象限．

①设点 P 在第二象限时，∵点 P 不可能在直线 MN 上，∴只能 PN=3AN，

$\therefore -\dfrac{1}{3}m^2-\dfrac{2}{3}m+1=3(m+3)$，即 $m^2+11m+24=0$．解得 m=﹣3（舍去）或 m=﹣8．又﹣3＜m＜0，故此时满足条件的点不存在．

②当点 P 在第三象限时，∵点 P 不可能在直线 MA 上，∴只能 PN=3AN，

∴ $-\frac{1}{3}m^2-\frac{2}{3}m+1=-3(-m-3)$，即 $m^2+11m+24=0$．

解得 m=﹣3 或 m=﹣8．此时点 P 的坐标为（﹣8，﹣15）．

③当点 P 在第四象限时，若 AN=3PN 时，则﹣3 $(-\frac{1}{3}m^2-\frac{2}{3}m+1)=m+3$，即 $m^2+m-6=0$．

解得 m=﹣3（舍去）或 m=2．

当 m=2 时，$-\frac{1}{3}x_0{}^2-\frac{2}{3}x_0+1=-\frac{5}{3}$．此时点 P 的坐标为（2，$-\frac{5}{3}$）．

若 PN=3NA，则﹣$(-\frac{1}{3}m^2-\frac{2}{3}m+1)=3(m+3)$，即 $m^2-7m-30=0$．

解得 m=﹣3（舍去）或 m=10，此时点 P 的坐标为（10，﹣39）．

综上所述，满足条件的点 P 的坐标为（﹣8，﹣15）、（2，$-\frac{5}{3}$）、（10，﹣39）．

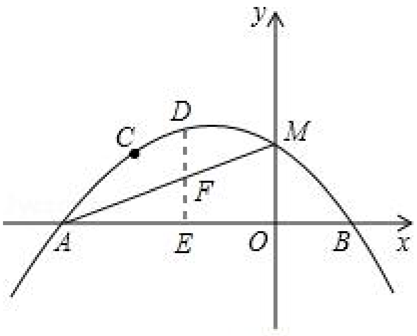


图1

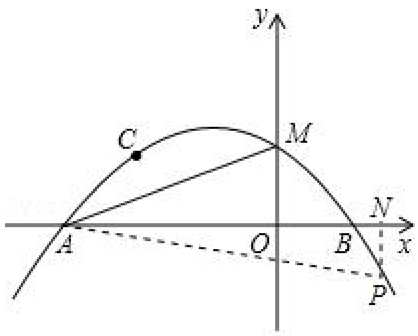


图2

25. 解：（1）∵△OAB 是等腰直角三角形，∴设 B 点横坐标为：a，则 OA=2a，

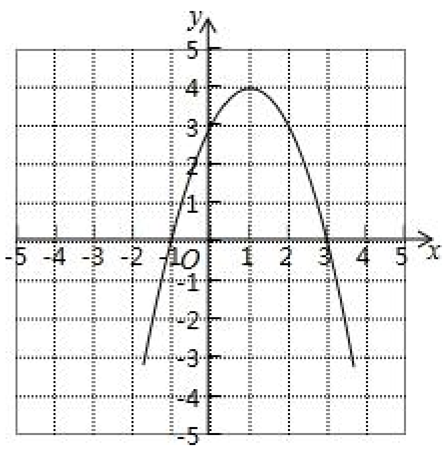
故 B 点纵坐标为;（a，a），则 $a=-a^2+2ba$，$-\frac{2b}{2\times(-1)}=a$，则 a=b，

故整理得：$a^2-a=0$，解得：$a_1=0$（不合题意舍去），$a_2=1$，故 b=1；

（2）由（1）得：$y=-x^2+2x$，则 $y=-x^2+2x+3$ 是 $y=-x^2+2x$ 向上平移 3 个单位得到的，

故 y=0 时，$0=-x^2+2x+3$，解得：$x_1=-1$，$x_2=3$，

如图所示：不等式 $-x^2+2bx+3>0$ 的解集为：$-1<x<3$．



26. 解：（1）设直线 BC 的解析式为 y=kx+m，∵点 B（﹣3，0），点 C（0，﹣3），

∴ $\begin{cases}-3k+m=0\\m=-3\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=-1\\m=-3\end{cases}$，所以，直线 BC 的解析式为 $y=-x-3$，

∵二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 的图象经过点 B（－3，0），点 C（0，－3），

∴$\begin{cases}-9-3b+c=0\\c=-3\end{cases}$，解得$\begin{cases}b=-4\\c=-3\end{cases}$，∴二次函数的解析式为 $y=-x^2-4x-3$；

（2）∵$y=-x^2-4x-3=-(x+2)^2+1$，∴抛物线的顶点 D（－2，1），对称轴为 $x=-2$，

∵A、B 关于对称轴对称，点 B（－3，0），∴点 A 的坐标为（－1，0），

$AB=-1-(-3)=-1+3=2$，$BC=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$，

连接 AD，则 $AD=\sqrt{1^2+[-1-(-2)]^2}=\sqrt{2}$，$\tan\angle ADP=\frac{1}{(-1)-(-2)}=1$，

∴∠ADP=45°，又∵B（－3，0），C（0，－3），∴△OBC 是等腰直角三角形，

∴∠ABC=45°，∴∠ADP=∠ABC=45°，又∵∠APD=∠ACB，∴△ADP∽△ABC，

∴$\frac{DP}{BC}=\frac{AD}{AB}$，即$\frac{DP}{3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，解得 DP=3，点 P 到 x 轴的距离为 3－1=2，

点 P 的坐标为（－2，－2）或（－2，2）；

（3）连接 BD，∵B（－3，0），D（－2，1），∴$\tan\angle DBA=\frac{1}{-2-(-3)}=1$，

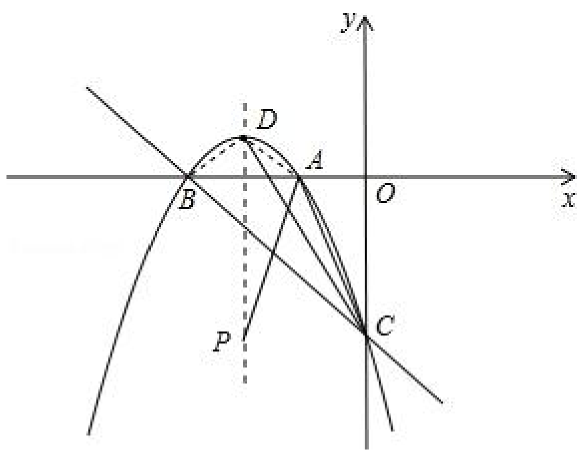
∴∠DBA=45°，根据勾股定理，$BD=\sqrt{1^2+[-2-(-3)]^2}=\sqrt{2}$，

又∵∠ABC=45°，∴∠DBC=45°×2=90°，∴$\tan\angle BCD=\frac{BD}{BC}=\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}=\frac{1}{3}$，

又∵$\tan\angle OCA=\frac{AO}{CO}=\frac{1}{3}$，∴∠BCD=∠OCA，∴∠OCA+∠OCD=∠BCD+∠OCD=∠OCB，

∵B（－3，0），C（0，－3），∴△OAC 是等腰直角三角形，∴∠OCB=45°，

即∠OCA 与∠OCD 两角和是 45°.



27、(3+3+4 分)（1）$k\le 2$ (不讨论 k=1 扣 1 分)　（2）①k=-1　② $y_{\min}=-3, y_{\max}=\frac{3}{2}$

28、(4+4+4 分)（1）$y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6,(2,8)$　（2）P（2，4）　（3）m=2

29、(3+4+5 分)（1）$y=-x^2-(\frac{1}{2}-\sqrt{5})x+\frac{\sqrt{5}}{2}$　（2）$D(\frac{\sqrt{5}}{2},\frac{\sqrt{5}+5}{4})$

（3）① $E(\frac{\sqrt{5}}{2},\frac{\sqrt{5}-5}{4})$ ②证明略。如果有考生通过 $k_1k_2=-1$ 得出 F 点坐标也给分（没有功劳也有苦劳）

27.【分析】(1) 分两种情况讨论，当 k=1 时，可求出函数为一次函数，必与 x 轴有一交点；当 k≠1 时，函数为二次函数，若与 x 轴有交点，则△≥0.

(2) ①根据（k﹣1）$x_1^2+2kx_2+k+2=4x_1x_2$ 及根与系数的关系，建立关于 k 的方程，求出 k 的值；②充分利用图象，直接得出 y 的最大值和最小值.

【解答】解：(1) 当 k=1 时，函数为一次函数 y=﹣2x+3，其图象与 x 轴有一个交点.

当 k≠1 时，函数为二次函数，其图象与 x 轴有一个或两个交点，

令 y=0 得（k﹣1）x^2﹣2kx+k+2=0．△=（﹣2k）^{2}﹣4（k﹣1）（k+2）≥0，解得 k≤2.

即 k≤2 且 k≠1．综上所述，k 的取值范围是 k≤2.

(2) ①∵$x_1\neq x_2$，由（1）知 k＜2 且 k≠1，函数图象与 x 轴两个交点，∴k＜2，且 k≠1.

由题意得（k﹣1）x_1^2+（k+2）=$2kx_1$①，将①代入（k﹣1）$x_1^2+2kx_2+k+2=4x_1x_2$ 中得：

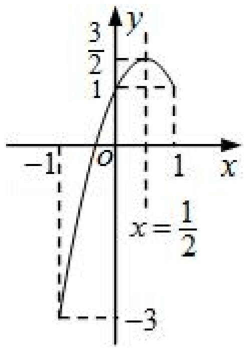
2k（x_1+x_2）=$4x_1x_2$．又∵$x_1+x_2=\frac{2k}{k-1}$，$x_1x_2=\frac{k+2}{k-1}$，∴$2k\bullet\frac{2k}{k-1}=4\bullet\frac{k+2}{k-1}$.

解得：k_1=﹣1，k_2=2（不合题意，舍去）．∴所求 k 值为﹣1.

②如图，∵k_1=﹣1，y=﹣$2x^2$+2x+1=﹣2（x﹣$\frac{1}{2}$）^{2}+$\frac{3}{2}$．且﹣1≤x≤1.

由图象知：当 x=﹣1 时，$y_{最小}$=﹣3；当 x=$\frac{1}{2}$时，$y_{最大}$=$\frac{3}{2}$.

∴y 的最大值为$\frac{3}{2}$，最小值为﹣3.



【点评】本题考查了抛物线与 x 轴的交点、一次函数的定义、二次函数的最值，充分利用图象是解题的关键.

28.【分析】(1) 解一元二次方程 x^2﹣4x﹣12=0 可求 A、B 两点坐标；

(2) 将 A、B 两点坐标代入二次函数 $y=ax^2+bx+6$，可求二次函数解析式，配方为顶点式，可求对称轴及顶点坐标；

(3) 作点 C 关于抛物线对称轴的对称点 C′，连接 AC′，交抛物线对称轴于 P 点，连接 CP，P 点即为所求；

(4) 由 DQ∥AC 得△BDQ∽△BCA，利用相似比表示△BDQ 的面积，利用三角形面积公式表示△ACQ 的面积，根据 $S_{△CDQ}=S_{△ABC}-S_{△BDQ}-S_{△ACQ}$，运用二次函数的性质求面积最大时，m 的值.

【解答】解：(1) A（﹣2，0），B（6，0）；

(2) 将 A、B 两点坐标代入二次函数 $y=ax^2+bx+6$，得

$\begin{cases}4a-2b+6=0\\36a+6b+6=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=-\dfrac{1}{2}\\b=2\end{cases}$，∴$y=-\dfrac{1}{2}x^2+2x+6$，∵$y=-\dfrac{1}{2}(x-2)^2+8$，

∴抛物线对称轴为 x=2，顶点坐标为（2，8）；

（3）如图，作点 C 关于抛物线对称轴的对称点 C′，连接 AC′，交抛物线对称轴于 P 点，连接 CP，∵C（0，6），∴C′（4，6），设直线 AC′解析式为 y=ax+b，则

$\begin{cases}-2a+b=0\\4a+b=6\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}$，∴y=x+2，当 x=2 时，y=4，即 P（2，4）；

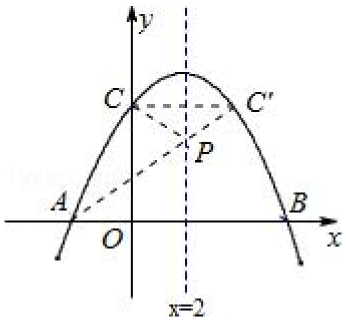
（4）依题意，得 AB=8，QB=6﹣m，AQ=m+2，OC=6，则 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AB\times OC=24$，

∵由 DQ∥AC，∴△BDQ∽△BCA，∴$\dfrac{S_{\triangle BDQ}}{S_{\triangle BCA}}=\left(\dfrac{BQ}{BA}\right)^2=\left(\dfrac{6-m}{8}\right)^2$，

即 $S_{\triangle BDQ}=\dfrac{3}{8}(m-6)^2$，又 $S_{\triangle ACQ}=\dfrac{1}{2}AQ\times OC=3m+6$，

∴$S=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle BDQ}-S_{\triangle ACQ}=24-\dfrac{3}{8}(m-6)^2-(3m+6)$

$=-\dfrac{3}{8}m^2+\dfrac{3}{2}m+\dfrac{9}{2}=-\dfrac{3}{8}(m-2)^2+6$，∴当 m=2 时，S 最大．



【点评】本题考查了二次函数的综合运用．关键是根据已知条件求抛物线解析式，根据抛物线的对称性，相似三角形的知识解题．

29．【分析】（1）由二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 图象分别交 x 轴于 A（$-\dfrac{1}{2}$，0）、B（$\sqrt{5}$，0）两点，可得抛物线点的解析式；

（2）根据题意可以设出点 D 的坐标，根据点 D 为抛物线位于第一象限部分上的一动点，且 $S_{\triangle BCD}=\dfrac{5}{8}\sqrt{5}$画出相应的图形，从而可以得到点 D 的坐标；

（3）①由（2）可得点 D 的坐标，然后根据题意画出相应的图形，从而可以求得点 E 的坐标；

②根据题意可以画出相应的图形，根据前面的已知条件可以求得点 F 的坐标，从而可以求得点 C 到直线 EF 的距离和直线 DE 的距离，从而可以解答本题．

【解答】解：（1）∵二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 图象分别交 x 轴于 A（$-\dfrac{1}{2}$，0）、B（$\sqrt{5}$，0）

两点，∴$\begin{cases}0=-\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(-\dfrac{1}{2}\right)\times b+c\\0=-(\sqrt{5})^2+\sqrt{5}\times b+c\end{cases}$　解得，$b=\sqrt{5}-\dfrac{1}{2}$，$c=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$．

∴抛物线的解析式为：$y=-x^2+(\sqrt{5}-\frac{1}{2})x+\frac{\sqrt{5}}{2}$.

（2）∵$y=-x^2+(\sqrt{5}-\frac{1}{2})x+\frac{\sqrt{5}}{2}$　　∴$x=0$ 时，$y=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

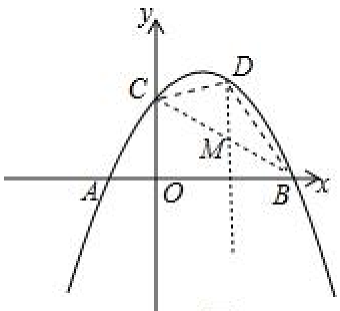
即点 C 的坐标为：（0，$\frac{\sqrt{5}}{2}$）. ∵B（$\sqrt{5}$，0），

设过点 B、C 两点的直线解析式为：$y=kx+b$.

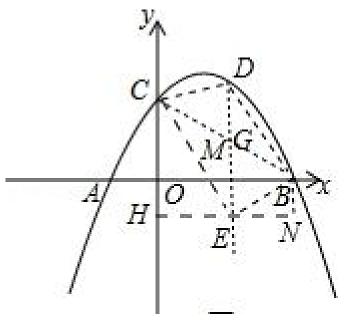
∴$\begin{cases} b=\frac{\sqrt{5}}{2} \\ k\times\sqrt{5}+b=0 \end{cases}$　　解得，$k=-\frac{1}{2}$，$b=\frac{\sqrt{5}}{2}$. ∴$y=-\frac{1}{2}x+\frac{\sqrt{5}}{2}$.

设点 D 的坐标为：（x，$-x^2+(\sqrt{5}-\frac{1}{2})x+\frac{\sqrt{5}}{2}$）.

如下图一所示：过点 D 作 DM⊥x 轴，交 BC 于点 M.



图一



图二

则点设点 M 的坐标为：（x，$-\frac{1}{2}x+\frac{\sqrt{5}}{2}$）.

∴$DM=-x^2+(\sqrt{5}-\frac{1}{2})x+\frac{\sqrt{5}}{2}-(-\frac{1}{2}x+\frac{\sqrt{5}}{2})=- -x^2+\sqrt{5}x$.

∴$S_{\triangle BCD}=\frac{DM\times(x_B-x_C)}{2}=\frac{(-x^2+\sqrt{5}x)\times(\sqrt{5}-0)}{2}=\frac{5\sqrt{5}}{8}$.

解得，$x=\frac{\sqrt{5}}{2}$，$-x^2+(\sqrt{5}-\frac{1}{2})x+\frac{\sqrt{5}}{2}=\frac{\sqrt{5}+5}{4}$. 即点 D 的坐标为（$\frac{\sqrt{5}}{2}$，$\frac{\sqrt{5}+5}{4}$）.

（3）①如下图二所示：∵点 M 在直线 BC 上，横坐标为$\frac{\sqrt{5}}{2}$，

∴点 M 的坐标为（$\frac{\sqrt{5}}{2}$，$\frac{\sqrt{5}}{4}$）.

∵经过点 D 的直线 DG 平分△BCD 的面积且交 BC 于点 G，$OB=\sqrt{5}$，

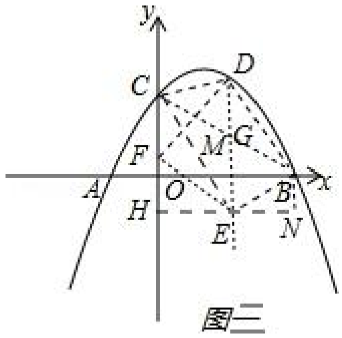
∴此时点 G 与点 M 重合，即点 G 的坐标为（$\frac{\sqrt{5}}{2}$，$\frac{\sqrt{5}}{4}$）.

∵点 E 为直线 DG 位于第四象限上一动点，且满足∠BEC=90°，

∴设点 E 的坐标为（$\frac{\sqrt{5}}{2}$，a）（a＜0）. 作 EH⊥y 轴交 y 轴于点 H，作 BN⊥EH 交 HE 的延长线于点 N，∴△CHE∽△ENB. ∴$\frac{CH}{HE}=\frac{EN}{BN}$. 即$\frac{\frac{\sqrt{5}}{2}-a}{\frac{\sqrt{5}}{2}}=\frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{-a}$.

解得，$a_1=\frac{\sqrt{5}-5}{4}$，$a_2=\frac{\sqrt{5}+5}{4}$．∵$a<0$，∴点 E 的坐标为（$\frac{\sqrt{5}}{2}$，$\frac{\sqrt{5}-5}{4}$）．

②如下图三所示：



图三

设点 F 的坐标为（x，y），

∵点 D 和点 F 关于直线 BC：$y=-\frac{1}{2}x+\frac{\sqrt{5}}{2}$对称，点 D 为（$\frac{\sqrt{5}}{2}$，$\frac{\sqrt{5}+5}{4}$），

$$\therefore\begin{cases}\dfrac{y-\frac{\sqrt{5}+5}{4}}{x-\frac{\sqrt{5}}{2}}=2\\[2ex]-\dfrac{1}{2}\times\dfrac{x+\frac{\sqrt{5}}{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{5}}{2}=\dfrac{y+\frac{\sqrt{5}+5}{4}}{2}\end{cases}$$

解得，$x=\frac{\sqrt{5}-2}{2}$，$y=\frac{\sqrt{5}-3}{4}$．　即点 F 的坐标为（$\frac{\sqrt{5}-2}{2}$，$\frac{\sqrt{5}-3}{4}$）．

∵点 E 的坐标为（$\frac{\sqrt{5}}{2}$，$\frac{\sqrt{5}-5}{4}$），设过点 EF 的直线的解析式为：$y=kx+b$，

$$\therefore\begin{cases}\dfrac{\sqrt{5}}{2}k+b=\dfrac{\sqrt{5}-5}{4}\\[2ex]\dfrac{\sqrt{5}-2}{2}k+b=\dfrac{\sqrt{5}-3}{4}\end{cases}$$　解得，$k=-\frac{1}{2}$，$b=\frac{2\sqrt{5}-5}{4}$．

∴过点 EF 的直线的解析式为：$y=-\frac{1}{2}x+\frac{2\sqrt{5}-5}{4}$．

∴点 C（0，$\frac{\sqrt{5}}{2}$）到直线 EF 的距离为：$\dfrac{|-\frac{1}{2}\times 0-\frac{\sqrt{5}}{2}+\frac{2\sqrt{5}-5}{4}|}{\sqrt{(-\frac{1}{2})^2+(-1)^2}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$．

点 C 到直线 DE 的距离为：$\frac{\sqrt{5}}{2}-0=\frac{\sqrt{5}}{2}$．

∵点 C（0，$\frac{\sqrt{5}}{2}$）到直线 EF 的距离等于点 C 到直线 DE 的距离，

∴点 C 在∠FED 的平分线上．

∴CE 平分∠FED．

【点评】本题考查二次函数的解析式、动点问题，两直线互相垂直时 k 的关系，解题的关键是能根据题意画出相应的图形，找出所求结论或者问题需要的条件．