

2025 年度教师专业能力考核

高中数学卷

一、单选题

1. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{-1, 0, 2, 3\}$, $C = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 2\}$, 则 $(A \cup B) \cap C =$

A. $\{-1, 1\}$

B. $\{0, 1\}$

C. $\{-1, 0, 1\}$

D. $\{2, 3, 4\}$

2. 设复数 z 满足 $(1+i)z = 3+i$, 则 $|z| =$ ()

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $2\sqrt{2}$

D. $\sqrt{5}$

3. 命题“ $\exists x > 0, x^2 - x > 0$ ”的否定是 ()

A. $\forall x > 0, x^2 - x \leq 0$

B. $\forall x \leq 0, x^2 - x \leq 0$

C. $\exists x \leq 0, x^2 - x \leq 0$

D. $\exists x > 0, x^2 - x \leq 0$

4. 已知向量 $\vec{a} = (1, 3)$, $\vec{b} = (m, 4)$, 且 $\vec{b} \parallel (2\vec{a} - \vec{b})$, 则 m 的值为 ()

A. $\frac{4}{3}$

B. 2

C. 4

D. -2 或 4

5. 已知 $a = \frac{1}{\log_2 e}$, $b = \cos 2$, $c = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$, 则 a, b, c 的大小顺序为 ()

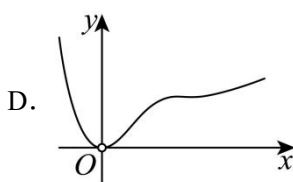
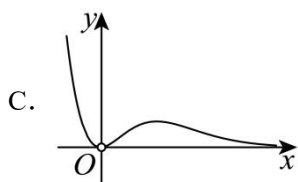
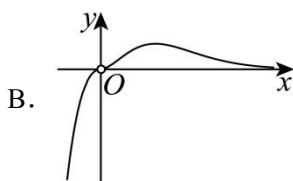
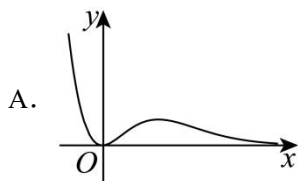
A. $c > a > b$

B. $a > c > b$

C. $c > b > a$

D. $b > a > c$

6. 函数 $f(x) = \frac{x^3}{3^x - 1}$ 的图象大致为 ()



7. 已知角 α 是第一象限角, $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, 则 $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) =$ ()

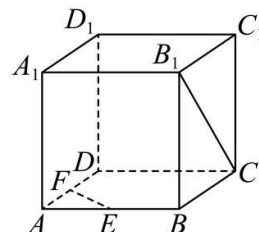
- A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{3-4\sqrt{3}}{10}$
C. $\frac{4\sqrt{3}-3}{10}$ D. $\frac{3+4\sqrt{3}}{10}$

8. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = \frac{1}{3}$, $a_2 + a_5 + a_8 = 9$, $a_n = 33$, 则 n 为 ()

- A. 48 B. 49
C. 50 D. 51

9. 如右图所示, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是 AB, AD 的中点, 则异面直线 B_1C 与 EF 所成的角的大小为 ()

- A. 30° B. 45°
C. 60° D. 90°



10. 为了得到函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象, 只需要把函数 $y = \sin 2x$ 的图象上所有点 ()

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度 B. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度 D. 向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度

11. 若正数 x, y 满足 $x + y = 1$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值是 ()

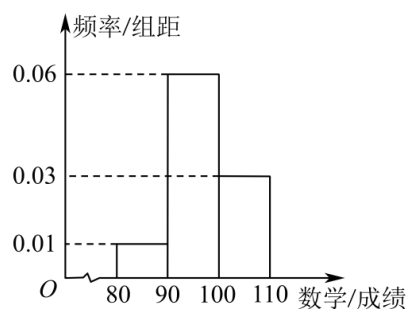
- A. 3 B. 4
C. 5 D. 6

12. 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的一条渐近线经过点 $(3, -4)$, 则此双曲线的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{7}}{3}$ B. $\frac{5}{4}$
C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

13. 右图是某班学生的一次数学测试成绩的频率分布直方图, 则该班学生数学成绩平均数的估计值为 ()

- A. 80 B. 85 C. 97 D. 110



14. 从集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 中任取两个数, 则这两个数的和不小于 5 的概率是 ()

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{7}{10}$
C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{9}{10}$

15. 棱长分别为 2, 4, a 的长方体外接球的表面积为 36π , 则 $a =$ ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

16. 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 所对的三条边为 a, b, c , 若 $A:B:C=1:1:4$, 则 $a:b:c=(\quad)$

A. 1:1:4

B. 1:1:2

C. 1:1:3

D. 1:1: $\sqrt{3}$

二、填空题

17. 某校田径队共有男运动员 45 人, 女运动员 36 人, 若采用分层抽样的方法在全体运动员中抽取 18 人进行体质测试, 则抽到的女运动员人数为_____.

18. 底面边长为 1, 棱长为 $\sqrt{2}$ 的正四棱柱, 各顶点均为在同一球面上, 则该球的体积为_____

19. 已知角 α 终边上一点 $P(1, -2)$, 则 $\frac{2\sin(\pi-\alpha)-\cos(\pi+\alpha)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}=$ _____.

20. 已知直线 $ax+2y+3a=0$ 和 $3x+(a-1)y+7-a=0$ 平行, 则 $a=$ _____

三、解答题

21. 已知公差为零的等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3$, 且 a_1, a_4, a_{13} 成等比数列.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

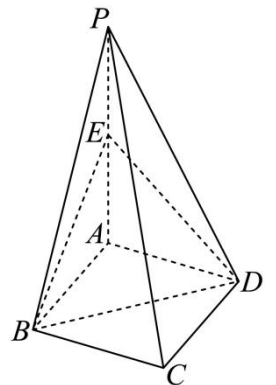
(2)若 S_n 表示数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 求数列 $\left\{\frac{1}{S_n}\right\}$ 的前 n 项和 T_n .

22. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且满足 $c^2-ab=(a-b)^2$.

(1)求角 C ;

(2)若 $A=75^\circ$, $c=\sqrt{3}$, 求 b .

23. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是边长为 2 的正方形, 侧棱 $PA \perp$ 底面 $ABCD$, 且 $PA=4$, E 为侧棱 PA 的中点.

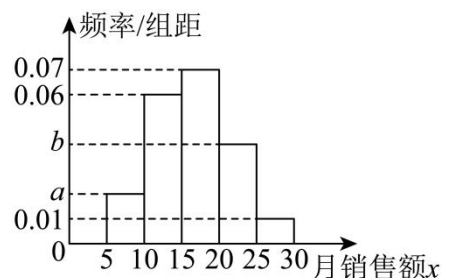


(1)求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积;

(2)证明: $PC \parallel$ 平面 BDE ;

(3)证明: $BD \perp PC$.

24. 某商场随机抽取了 100 名员工的月销售额 x (单位: 千元), 将 x 的所有取值分成 $[5, 10)$, $[10, 15)$, $[15, 20)$, $[20, 25)$, $[25, 30]$ 五组, 并绘制得到如图所示的频率分布直方图, 其中 $b=2a$.



(1)求 a, b 的值;

(2)求这 100 名员工月销售额的第 70 百分位数;

(3)若月销售额在 $[25,30]$ 这一组中男女职工人数为 $3:2$, 现从中随机抽取 2 人, 求所抽取的 2 人中至少有一名女职工的概率.

25. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ 过点 $M(1,2)$.

(1)求抛物线 C 的标准方程;

(2)设抛物线 C 的焦点为 F , 坐标原点为 O . 过点 F 且倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$ 的直线与抛物线 C 交于 A, B 两点, 求 $\triangle ABO$ 的面积.

26. 已知函数 $f(x) = ax - \ln x$, $a \in \mathbf{R}$.

(1)当 $a = 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2)若不等式 $f(x) \geq 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.