喀什地区 2025 年度教师业务考核卷

高中数学答案分析

考

一、单选题

1．【答案】C

【知识点】交并补混合运算

【详解】分析：由题意首先进行并集运算，然后进行交集运算即可求得最终结果.

详解：由并集的定义可得：$A\cup B=\{-1,0,1,2,3,4\}$，

结合交集的定义可知：$(A\cup B)\cap C=\{-1,0,1\}$.

本题选择 C 选项.

点睛：本题主要考查并集运算、交集运算等知识，意在考查学生的计算求解能力.

2．【答案】D

【知识点】求复数的模、复数的乘除和乘方

【详解】分析：先根据复数除法得z，再根据复数的模求结果.

详解：因为$(1+i)z=3+i$，所以$z=\frac{3+i}{1+i}=\frac{1}{2}(3+i)(1-i)=2-i$，

因此$|z|=\sqrt{5}$,

选 D.

3．【答案】A

【知识点】特称命题的否定及其真假判断

【分析】根据存在量词命题的否定求解即可.

【详解】命题“$\exists x>0,x^2-x>0$”的否定是：$\forall x>0,x^2-x\le 0$.

故选：A.

4．【答案】A

【知识点】由向量共线（平行）求参数

【分析】先根据坐标计算$2\vec{a}-\vec{b}$，再根据平行的坐标运算公式计算求参.

【详解】因为$\vec{a}=(1,3),\vec{b}=(m,4)$，所以$2\vec{a}-\vec{b}=(2-m,2)$，

又因为$\vec{b}\,//\left(2\vec{a}-\vec{b}\right)$，所以$2m=8-4m$,所以$m=\frac{4}{3}$.

故选：A.

5.【答案】A

【知识点】比较指数幂的大小、已知角或角的范围确定三角函数式的符号、比较对数式的大小

【分析】根据对数函数的单调性得$\frac{1}{2}<a<1$，根据2弧度所在象限，得$b<0$，根据指数幂运算得$c=4$，由此即可求解.

【详解】$a=\frac{1}{\log_2 \mathrm{e}}=\ln 2$，因为$\frac{1}{2}=\ln\sqrt{\mathrm{e}}<\ln 2<\ln \mathrm{e}=1$，所以$\frac{1}{2}<a<1$，

因为$\frac{\pi}{2}<2<\pi$，所以$b=\cos 2<0$，

$c=\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=\left(2^{-1}\right)^{-2}=2^2=4$，

所以$c>a>b$.

故选：A

6.【答案】C

【知识点】函数图像的识别、指数、对数、幂函数模型的增长差异

【分析】求函数的定义域，结合幂函数和指数函数的增长速度的不同可得$x\to+\infty$时，$y\to 0$，证明$x<0$时，$y>0$，由此判断正确选项.

【详解】函数$f(x)=\frac{x^3}{3^x-1}$的定义域为$\{x|x\neq 0\}$，

当$x<0$时，$x^3<0$，$3^x<1$，所以$f(x)>0$，

当$x>0$时，$3^x-1>0$，$x^3>0$，

随x的增大，$y=3^x-1$的增长速度会越来越快，会超过并远远大于大于$y=3^x$的增长速度，

故当$x\to+\infty$时，$y\to 0$.

由于ABD不满足以上条件，故函数$f(x)=\frac{x^3}{3^x-1}$的图象大致为C.

故选：C.

7.【答案】B

【知识点】已知正（余）弦求余（正）弦、用和、差角的余弦公式化简、求值

【分析】

根据同角三角函数基本关系及两角和余弦公式求解即可.

【详解】因为角α是第一象限角，$\cos\alpha=\dfrac{3}{5}$，

所以$\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\dfrac{4}{5}$，

所以$\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)=\cos\alpha\cos\dfrac{\pi}{3}-\sin\alpha\sin\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{5}-\dfrac{4}{5}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3-4\sqrt{3}}{10}$.

故选：B

8.【答案】C

【知识点】等差数列通项公式的基本量计算、利用等差数列的性质计算

【分析】利用等差数列性质可得公差$d=\dfrac{2}{3}$，由通项公式代入$a_n=33$可求得$n=50$.

【详解】由等差数列性质可知$a_2+a_5+a_8=3a_5=9$，可得$a_5=3$，

设数列$\{a_n\}$的公差为d，则$a_5=a_1+4d=\dfrac{1}{3}+4d=3$，解得$d=\dfrac{2}{3}$；

所以$a_n=a_1+(n-1)d=33$，即$\dfrac{1}{3}+\dfrac{2}{3}(n-1)=33$，解得$n=50$.

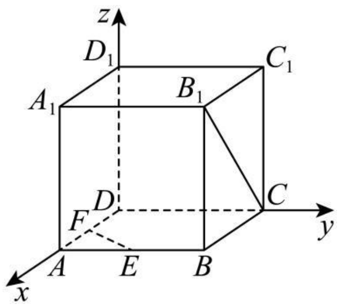
故选：C

9.【答案】C

【知识点】异面直线夹角的向量求法

【分析】根据已知条件建立空间直角坐标系，利用空间向量求异面直线所成角.

【详解】



以D为坐标原点，DA为x轴，DC为y轴，DD_1为z轴，建立空间直角坐标系，

设正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$棱长为2，则$E(2,1,0)$，$F(1,0,0)$，$B_1(2,2,2)$，

$C(0,2,0)$，$\overrightarrow{B_1C}=(-2,0,-2)$，$\overrightarrow{EF}=(-1,-1,0)$，

设异面直线B_1C与EF所成的角为$\theta,\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right]$，

则 $\cos\theta=\dfrac{\left|\overrightarrow{B_1C}\cdot\overrightarrow{EF}\right|}{\left|\overrightarrow{B_1C}\right|\cdot\left|\overrightarrow{EF}\right|}=\dfrac{2}{\sqrt{8}\cdot\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}$,所以 $\theta=60^\circ$.

故选：C

10．【答案】C

【知识点】描述正（余）弦型函数图象的变换过程

【分析】借助平移变换的性质计算即可得.

【详解】由 $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\sin2\left(x+\dfrac{\pi}{8}\right)$，

故想要得到函数 $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ 的图象，

只需要把函数 $y=\sin2x$ 的图象上所有点向左平移 $\dfrac{\pi}{8}$ 个单位长度.

故选：C.

11．【答案】B

【知识点】基本不等式“1”的妙用求最值

【分析】将代数式 $x+y$ 与 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$ 相乘，展开后利用基本不等式可求得 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$ 的最小值.

【详解】因为正数 x 、y 满足 $x+y=1$，

则 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\left(x+y\right)\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)=2+\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}\geq 2+2\sqrt{\dfrac{x}{y}\cdot\dfrac{y}{x}}=4$，

当且仅当 $\begin{cases}\dfrac{x}{y}=\dfrac{y}{x}\\ x+y=1\\ x>0,y>0\end{cases}$ 时，即当 $x=y=\dfrac{1}{2}$ 时，等号成立，

因此，$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$ 的最小值为 4.

故选：B.

12．【答案】D

【知识点】求双曲线的离心率或离心率的取值范围

【详解】因为双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的一条渐近线经过点（3，-4），

$\therefore 3b=4a,\therefore 9(c^2-a^2)=16a^2,\therefore e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{5}{3}.$

故选 D.

考点：双曲线的简单性质

13．【答案】C

【知识点】由频率分布直方图估计平均数

【分析】根据频率分布直方图中平均数的计算公式求解即可.

【详解】由频率分布直方图中平均数的计算公式，可得该班数学测试的平均成绩：

$\overline{x}=\left(85\times 0.01+95\times 0.06+105\times 0.03\right)\times 10=97$.

故选：C.

14．【答案】C

【知识点】计算古典概型问题的概率

【分析】列出所有可能结果，再由古典概型的概率公式计算可得.

【详解】从集合$\left\{1,2,3,4,5\right\}$中任取两个数所有可能结果有$\left(1,2\right)$、$\left(1,3\right)$、$\left(1,4\right)$、

$\left(1,5\right)$、$\left(2,3\right)$、$\left(2,4\right)$、$\left(2,5\right)$、$\left(3,4\right)$、$\left(3,5\right)$、$\left(4,5\right)$共10个

其中满足两个数的和不小于5的有$\left(1,4\right)$、$\left(1,5\right)$、$\left(2,3\right)$、$\left(2,4\right)$、$\left(2,5\right)$、$\left(3,4\right)$、$\left(3,5\right)$、$\left(4,5\right)$

共8个，

所以这两个数的和不小于5的概率$P=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$.

故选：C

15．【答案】C

【知识点】球的表面积的有关计算、多面体与球体内切外接问题

【分析】由条件结合球的表面积公式求球的半径，根据关系长方体体对角线等于其外接球的直径列方程求a.

【详解】设长方体的外接球的半径为R，

由已知$4\pi R^2=36\pi$，所以$R=3$，

又棱长分别为2，4，a的长方体的体对角线长为$\sqrt{2^2+4^2+a^2}=\sqrt{20+a^2}$，

长方体体对角线等于其外接球的直径，

所以$\sqrt{20+a^2}=6$，

所以$a=4$.

故选：C.

16．【答案】D

【知识点】正弦定理边角互化的应用

【分析】由 $A:B:C=1:1:4$ 及三角形内角和定理求得 A,B,C ，再利用正弦定理得解.

【详解】设 $A=x$，则 $B=x,C=4x$，所以 $x+x+4x=180^{\circ}$，解得 $x=30^{\circ}$，

则 $A=30^{\circ},B=30^{\circ},C=120^{\circ}$，

则 $a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C=\sin 30^{\circ}:\sin 30^{\circ}:\sin 120^{\circ}=1:1:\sqrt{3}$,

故选:D.

第II卷（非选择题）

二、填空题

17.【答案】8

【知识点】抽样比、样本总量、各层总数、总体容量的计算

【详解】由分层抽样的概念可得：抽到的女运动员人数为$18\times\dfrac{36}{36+45}=8$人.

18．答案】$\dfrac{4\pi}{3}$

【知识点】多面体与球体内切外接问题

【详解】∵正四棱柱的底面边长为1，侧棱长为$\sqrt{2}$，∴正四棱柱体对角线的长为$\sqrt{1+1+2}=2$，又∵正四棱柱的顶点在同一球面上，∴正四棱柱体对角线恰好是球的一条直径，得球半径$R=1$，根据球的体积公式，得此球的体积为$V=\dfrac{4}{3}\pi R^{3}=\dfrac{4}{3}\pi$，故答案为$\dfrac{4\pi}{3}$.

19.【答案】3

【知识点】由终边或终边上的点求三角函数值、正、余弦齐次式的计算、三角函数的化简、求值——诱导公式

【详解】$\dfrac{2\sin(\pi-\alpha)-\cos(\pi+\alpha)}{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)+\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)}=\dfrac{2\sin\alpha+\cos\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}=\dfrac{2\tan\alpha+1}{1+\tan\alpha}$，

因为角α终边上一点$P(1,-2)$，所以$\tan\alpha=-2$，则$\dfrac{2\tan\alpha+1}{1+\tan\alpha}=\dfrac{-4+1}{1-2}=3$，

所以$\dfrac{2\sin(\pi-\alpha)-\cos(\pi+\alpha)}{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)+\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)}=3$

故答案为：3

20.【答案】3

【知识点】已知直线平行求参数

【详解】因为直线$ax+2y+3a=0$和$3x+(a-1)y+7-a=0$平行，

所以$a(a-1)-2\times 3=0$，

解得$a=3$或$a=-2$，

当$a=-2$时，直线重合，舍去

故答案为$a=3$

三、解答题

21.【答案】(1)an＝2n+1

(2)Tn＝$\frac{3}{4}-\frac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}$

【知识点】等差数列通项公式的基本量计算、求等差数列前 n 项和、等比中项的应用、裂项相消法求和

【详解】（1）由题意得：$a_4^2=a_1\cdot a_{13}$，设公差为$d(d\neq 0)$，

所以（3+3d）2＝3（3+12d），解得 d＝0（舍）或 2，

所以 an＝3+2（n﹣1）＝2n+1．

（2）由于（1）得 an＝2n+1，则$S_n=\frac{n(2n+4)}{2}$＝n2+2n，

所以$\frac{1}{S_n}=\frac{1}{n(n+2)}=\frac{1}{2}(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2})$．

所以 Tn＝$\frac{1}{2}(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2})$

$=\frac{1}{2}(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2})=\frac{3}{4}-\frac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}$．

22.【答案】(1)60°

(2)$b=\sqrt{2}$

【知识点】正弦定理解三角形、余弦定理解三角形

【详解】（1）因为$c^2-ab=\left(a-b\right)^2$，$c^2-ab=a^2-2ab+b^2$，$ab=a^2+b^2-c^2$，

所以$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{1}{2}$．

因为$0°<C<180°$，所以$C=60°$．

（2）因为$B=180°-A-C=180°-75°-60°=45°$，

由正弦定理得$\frac{b}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$，$\frac{b}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=1$，$b=\sqrt{2}$．

23．【答案】(1)$\frac{16}{3}$；

(2)证明见解析；

(3)证明见解析

【知识点】线面垂直证明线线垂直、证明线面平行、锥体体积的有关计算

【详解】（1）因$PA\perp$底面$ABCD$，则PA为四棱锥$P-ABCD$的高，

因$PA=4$，正方形的边长为2，

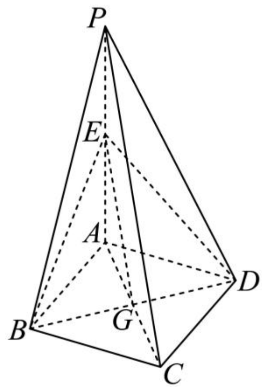
则四棱锥$P-ABCD$的体积为$\frac{1}{3}S_{正方形ABCD}\cdot PA=\frac{1}{3}\times 2^2\times 4=\frac{16}{3}$；

（2）连接AC，且$AC\cap BD=G$，连接EG，

因四边形$ABCD$为正方形，则G为线段AC的中点，

又E为侧棱PA的中点，则EG为$\triangle PAC$的中位线，则$EG//PC$，

因$PC\not\subset$平面BDE，$EG\subset$平面BDE，则$PC//$平面BDE；



（3）因四边形$ABCD$为正方形，则$BD\perp AC$，

又$PA\perp$平面$ABCD$，$BD\subset$平面$ABCD$，则$PA\perp BD$，

因$PA\cap AC=A$，$PA\subset$平面PAC，$AC\subset$平面PAC，则$BD\perp$平面PAC，

又$PC\subset$平面PAC，则$BD\perp PC$.

另一解（空间向量法）：

因为$PA\perp$底面ABCD，底面ABCD是正方形，所以可以以A为原点，分别以AB，AD，AP所在直线为x，y，z轴建立空间直角坐标系。

则答点坐标为: A(0,0,0)，B(2,0,0)，C(2,2,0)，D(0,2,0)，P(0,0,4)，E（0,0,2）

（2）证明PC //平面BDE

求商量　$\vec{PC}=(2,2,-4)$，$\vec{DE}=(0,-2,2)$，$\vec{DB}=(2,-2,0)$。

设平面 BDE 的法向量为 n=(x,y,z)，则 $\begin{matrix} \vec{n}\bullet D\vec{E}=0\Rightarrow -2y+2z=0 \\ \vec{n}\bullet D\vec{B}=0\Rightarrow 2x-2y=0 \end{matrix}$

令 y=1 则 x=1,z=1 则$\vec{n}=(1,1,1)$

$\because \vec{n}\bullet P\vec{C}=1\times 2+1\times 2+1\times(-4)=0\Rightarrow \vec{n}\perp P\vec{C}$

$\because n\perp$平面BDE；PC$\not\subset$平面BDE

所以 PC //平面 BDE

（3）$\because P\vec{C}=(2,2,-4); B\vec{D}=(-2,2,0)$

计算$P\vec{C}\bullet \mathrm{B}\vec{\mathrm{D}}=2\times(-2)+2\times 2+(-4)\times 0=0\Rightarrow \mathrm{PC}\perp \mathrm{BD}$

24．【答案】(1) $a=0.02$，$b=0.04$

(2)19.3

(3)$\frac{7}{10}$

【知识点】补全频率分布直方图、由频率分布直方图计算频率、频数、样本容量、总体容量、计算古典概型问题的概率、总体百分位数的估计

【详解】（1）由已知得$\left(a+0.06+0.07+b+0.01\right)\times 5=1$，

所以$a+b=0.06$，又因为$b=2a$，

所以$a=0.02$，$b=0.04$.

（2）由于样本在$\left[5,15\right]$的频率为$\left(0.02+0.06\right)\times 5=0.4$，在$\left[5,20\right]$的频率为

$\left(0.02+0.06+0.07\right)\times 5=0.75$，

所以这 100 名员工月销售额的第 70 百分位数为$15+5\times\frac{0.7-0.4}{0.07\times 5}\approx 19.3$.

（3）月销售额在$\left[25,30\right]$这一组的人数为$100\times 0.01\times 5=5$.

其中男职工 3 人，记为 A，B，C，女职工 2 人，记为 a，b，

从中随机抽取 2 人，基本事件有 AB，AC，Aa，Ab，BC，Ba，Bb，Ca，Cb，ab，共 10 个，其中，事件“至少有一名女职工”包含的基本事件有 Aa，Ab，Ba，Bb，Ca，Cb，ab，共 7 个，所以，所抽取的 2 人中至少有一名女职工的概率为$\frac{7}{10}$.

或者：$\mathrm{P}=\frac{\mathrm{C}_2^1\mathrm{C}_3^1+\mathrm{C}_2^2\mathrm{C}_3^0}{\mathrm{C}_5^2}=\frac{7}{10}$

25．【答案】(1) $y^2=4x$

(2) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

【知识点】根据抛物线上的点求标准方程、抛物线中的三角形或四边形面积问题

【详解】（1）因为抛物线$C:y^2=2px$过点$M\left(1,2\right)$，

所以$2^2=2p\times1\Rightarrow p=2$，

所以抛物线$C:y^2=4x$；

（2）由题意知：直线的斜率$k=\tan\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$， $F(1,0)$，

所以直线方程为： $y-0=\sqrt{3}(x-1)$，

联立直线与抛物线：$\begin{cases}y=\sqrt{3}(x-1)\\y^2=4x\end{cases}$消$y$得： $3x^2-10x+3=0$， $\Delta>0$

设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$， 则$x_1+x_2=\frac{10}{3},x_1x_2=1$，

则$\left|AB\right|=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\frac{16}{3}$，

点$O(0,0)$到直线$\sqrt{3}x-y-\sqrt{3}=0$的距离$d=\frac{\left|0-0-\sqrt{3}\right|}{\sqrt{3+1}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

所以$S_{\triangle ABO}=\frac{1}{2}\left|AB\right|d=\frac{1}{2}\times\frac{16}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

26．【答案】(1) $f(x)$的单调递增区间为$(1,+\infty)$， 单调递减区间为$(0,1)$

(2) $a\geq\frac{1}{\mathrm{e}}$

【知识点】用导数判断或证明已知函数的单调性、由导数求函数的最值（不含参）、利用导数研究不等式恒成立问题

【分析】（1）求出函数的导数，利用导数求函数的单调区间；

（2）不等式恒成立可转化为$a\geq\left(\frac{\ln x}{x}\right)_{\max}$，利用导数求出函数$g(x)=\frac{\ln x}{x}(x>0)$的最大值即可.

【详解】（1）当$a=1$时， $f\left(x\right)=x-\ln x$， 定义域为$(0,+\infty)$，

$f'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$，

当$x>1$时， $f'(x)>0$， 当$0<x<1$时， $f'(x)<0$，

所以$f(x)$的单调递增区间为$(1,+\infty)$，单调递减区间为$(0,1)$.

（2）因为$f\left(x\right)=ax-\ln x\geq 0(x>0)$恒成立，

所以$a\geq\frac{\ln x}{x}$恒成立，即$a\geq\left(\frac{\ln x}{x}\right)_{\max}$.

令$g(x)=\frac{\ln x}{x}(x>0)$，

则$g'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$，令$g'(x)=0$可得$x=\mathrm{e}$，

由$y=1-\ln x$为减函数知，当$0<x<\mathrm{e}$时，$g'(x)>0$，

当$\mathrm{e}<x$时，$g'(x)<0$，

所以函数$g(x)$在$(0,\mathrm{e})$上单调递增，在$(\mathrm{e},+\infty)$上单调递减，

故当$x=\mathrm{e}$时，$g(x)_{\max}=g(\mathrm{e})=\frac{\ln\mathrm{e}}{\mathrm{e}}=\frac{1}{\mathrm{e}}$，

所以$a\geq\frac{1}{\mathrm{e}}$，