

高一数学试题参考答案

1. C 集合 $A = \{x | x > -\frac{3}{2}\}$, 则 $A \cap B = \{-1, 1, 3\}$.

2. B 由已知得 $2(a+2) = 3(a-1)$, 得 $a = 7$.

3. D $\because \log_5 45 = \log_5 9 + 1 = 2\log_5 3 + 1 = a, \therefore \log_5 3 = \frac{a-1}{2}$.

4. D 圆的半径 $R = \frac{|\sqrt{6}|}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$, 则所求圆的方程为 $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 3$.

5. C 由已知得 $2^a = \frac{1}{2}$, 解得 $a = -1, \therefore g(x) = \frac{x-2}{x} = 1 - \frac{2}{x}$ 在区间 $[\frac{1}{2}, 1]$ 上单调递增, 则 $g(x)_{\min} = g(\frac{1}{2}) = -3$.

6. D A 中 n 也可能在平面 α 内; B 中 m 也可能在平面 β 内, 或与平面 β 平行; C 中 m 也可能在平面 β 内, 故选 D.

7. C 由已知得 $|a| = 2, \therefore a > 0, \therefore a = 2$, 则圆 $M: (x-1)^2 + (y+1)^2 = 2, \therefore$ 直线 $x+y=0$ 过圆心 M , 则所求弦长为 $2\sqrt{2}$.

8. B $y_1 = -a^{-x} = -(\frac{1}{a})^x < 0$, 其图象过点 $(0, -1)$, 且函数 y_1 和 y_2 有相同的单调性, 只有选项 B 满足题意.

9. B 由三视图可知, 该几何体的直观图如图所示,

面积最小的面为面 VAB , 其面积 $= \frac{1}{2} \times 2 \times 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$.

10. D $\because$ 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) > 0, \therefore a > 1, \therefore$ 函数 $g(x)$ 的图象不过第二象限, $\therefore g(0) \leq 0$, 即 $a-1-4 \leq 0 \Rightarrow a \leq 5, \therefore 1 < a \leq 5$.

11. D 过点 C 作 $CF \perp AD$, F 为垂足, 过 F 作 $EF \perp AD$, 并与 PD 交于 E , 则 $EF \perp$ 平面 $ABCD$. 易证 $CE \parallel$ 平面 PAB , 则 $EF = \frac{2}{3} PA = 2, \therefore V_{C-ABE} = V_{E-ABC}, \therefore$ 三棱锥

$C-ABE$ 的体积为 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 2 = \frac{4}{3}$.

12. A 由题意得 $4^x - \frac{3}{2} \leq \log_a x$ 在 $x \in (0, \frac{1}{2}]$ 上恒成立, 即当 $x \in (0, \frac{1}{2}]$ 时, 函数 $y = 4^x - \frac{3}{2}$ 的图象不在 $y = \log_a x$ 图象的上方, 由图知: 当 $a > 1$ 时, 函数 $y = 4^x - \frac{3}{2}$ ($0 < x \leq \frac{1}{2}$) 的图象在 $y = \log_a x$ 图象的上方; 当 $0 < a < 1$ 时, $\log_a \frac{1}{2} \geq \frac{1}{2}$, 解得 $\frac{1}{4} \leq a < 1$.

13. -3 $\because f(-1) = \frac{3}{4}, \therefore f(1) = -\frac{3}{4}$, 即 $2^{1+a} - 1 = -\frac{3}{4}$, 即 $1+a = -2$, 得 $a = -3$.

14. 2 $\because \log_3(x^2+2) > 0, -2 \in A, \therefore x^2-3x = -2$, 解得 $x=2$ 或 $x=1$ (舍去).

15. 4 由题可知矩形 $ABCD$ 所在截面圆的半径 $r = \frac{\sqrt{6^2 + (2\sqrt{3})^2}}{2} = 2\sqrt{3}, S_{\text{矩形}ABCD} = 12\sqrt{3}$, 设 O 到平面 $ABCD$

的距离为 h , 则 $\frac{1}{3} \times 12\sqrt{3}h = 8\sqrt{3}$, 解得 $h = 2, \therefore R = \sqrt{r^2 + h^2} = 4$.

16. [34, 74] 设 P 点坐标为 (x_0, y_0) ,

则 $d = |PA|^2 + |PB|^2 = x_0^2 + (y_0+1)^2 + x_0^2 + (y_0-1)^2 = 2(x_0^2 + y_0^2) + 2 = 2|PO|^2 + 2$.

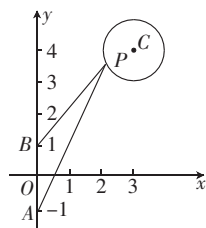
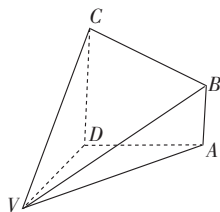
问题转化为求 P 点到原点 O 的距离取值范围, 如图,

因为 O 在圆外,

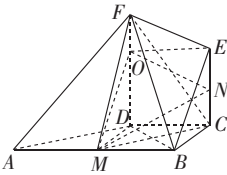
所以 $|PO|_{\max} = 5+1 = 6$,

$|PO|_{\min} = 5-1 = 4$.

所以 $34 \leq d \leq 74$.



17. 解: $\because -2 \leq x \leq 5, \therefore$ 函数 $y = x^2 - 4x = (x-2)^2 - 4$ 的单调减区间为 $[-2, 2]$, 2 分
 $\because \frac{3}{2} > 1, \therefore$ 函数 $f(x)$ 的单调减区间为集合 $B = [-2, 2]$ 4 分
(1) 当 $a = 0$ 时, $A = [-3, 0]$, 则 $A \cap B = [-2, 0]$, 5 分
 $\therefore (\complement_{\mathbb{R}} A) \cup (\complement_{\mathbb{R}} B) = \complement_{\mathbb{R}} (A \cap B) = (-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$ 7 分
(2) 若 $A \cap B = A$, 则 $A \subseteq B$, 9 分
 $\therefore \begin{cases} a-3 \geq -2, \\ a \leq 2, \end{cases} \Rightarrow 1 \leq a \leq 2$, 则实数 a 的取值范围是 $[1, 2]$ 10 分
18. 解: (1) $\because$ 直线 l 与圆 $x^2 + (y-1)^2 = 5$ 相切, $\therefore \frac{5}{\sqrt{1+a^2}} = \sqrt{5}$, 2 分
即 $1+a^2=5$, 解得 $a = \pm 2$, 3 分
 $\because$ 直线 l 不过第二象限, $\therefore a = 2$, 4 分
 $\therefore$ 直线 l 的方程为 $2x - y - 4 = 0$ 5 分
(2) $\because$ 直线 l_1 过点 $(3, -1)$ 且与直线 l 平行, $\therefore$ 直线 l_1 可设为 $2x - y + b = 0$, 6 分
 $\because$ 直线 l 过点 $(3, -1)$, $\therefore b = -7$, 则直线 $l_1: 2x - y - 7 = 0$, 7 分
 $\because$ 直线 l_2 与直线 l_1 关于 $y = 1$ 对称, 8 分
 $\therefore$ 直线 l_2 的斜率为 -2 , 且过点 $(4, 1)$, 9 分
 $\therefore$ 直线 l_2 的方程为 $y - 1 = -2(x - 4)$, 即化简得 $2x + y - 9 = 0$ 12 分
19. 解: (1) $\because \log_a 3 > \log_a 2, \therefore a > 1$, 2 分
又 $\because y = \log_a x$ 在 $[a, 2a]$ 上为增函数,
 $\therefore \log_a 2a - \log_a a = 1$, 即 $\log_a 2 = 1, \therefore a = 2$ 4 分
(2) 依题意可知 $\begin{cases} x-1 < 2-x, \\ x-1 > 0, \end{cases}$ 6 分
解得 $1 < x < \frac{3}{2}$. $\therefore$ 所求不等式的解集为 $(1, \frac{3}{2})$ 8 分
(3) $\because g(x) = |\log_2 x - 1|, \therefore g(x) \geq 0$, 当且仅当 $x = 2$ 时, $g(x) = 0$ 9 分
则 $g(x) = \begin{cases} 1 - \log_2 x, & 0 < x \leq 2, \\ \log_2 x - 1, & x > 2, \end{cases}$ 11 分
 $\therefore$ 函数在 $(0, 2)$ 上为减函数, 在 $(2, +\infty)$ 上为增函数, $g(x)$ 的减区间为 $(0, 2)$, 增区间为 $(2, +\infty)$ 12 分
20. (1) 证明: $\because FD \perp$ 底面 $ABCD, \therefore FD \perp AD, FD \perp BD$, 2 分
 $\because AF = BF, \therefore \triangle ADF \cong \triangle BDF$, 则 $AD = BD$, 2 分
连接 DM , 则 $DM \perp AB$, 2 分
 $\because AB \parallel CD, \angle BCD = 90^\circ, \therefore$ 四边形 $BCDM$ 是正方形, 则 $BD \perp CM$, 4 分
 $\because DF \perp CM, \therefore CM \perp$ 平面 BDF , 4 分
 $\because CM \subset$ 平面 $CFM, \therefore$ 平面 $CFM \perp$ 平面 BDF 5 分
(2) 解: 当 $CN = 1$, 即 N 是 CE 的中点时, $MN \parallel$ 平面 BEF , 证明如下: 6 分
过 N 作 $NO \parallel EF$ 交 DF 于 O , 连接 MO , 6 分
 $\because EC \parallel FD, \therefore$ 四边形 $EFON$ 是平行四边形, 8 分
 $\because EC = 2, FD = 3, \therefore OF = 1$, 则 $OD = 2$, 8 分
连接 OE , 则 $OE \parallel DC \parallel MB$, 且 $OE = DC = MB$, 10 分
 $\therefore$ 四边形 $BMON$ 是平行四边形, 则 $OM \parallel BE$, 又 $OM \cap ON = O$, 10 分
 $\therefore$ 平面 $OMN \parallel$ 平面 BEF , 12 分
 $\because MN \subset$ 平面 $OMN, \therefore MN \parallel$ 平面 BEF 12 分
21. 解: (1) 由已知得圆 C 的圆心坐标为 $(3, -2)$, 半径为 3 1 分



则 $ CP =\sqrt{5}$, $\therefore$ 弦心距 $d=\sqrt{r^2-(\frac{ MN }{2})^2}=\sqrt{5}$,	3 分
$\therefore d= CP =\sqrt{5}$, 即 P 为 MN 的中点.	5 分
$\therefore$ 以 MN 为直径的圆 Q 的方程为 $(x-2)^2+y^2=4$	6 分
(2) 把直线 $ax-y+1=0$ 代入圆 C 的方程, 消去 y , 整理得: $(a^2+1)x^2+6(a-1)x+9=0$. 由于直线 $ax-y+1=0$ 交圆 C 于 A, B 两点, 故 $\Delta=36(a-1)^2-36(a^2+1)>0$, 即 $-2a>0$, 解得 $a<0$	7 分
则实数 a 的取值范围是 $(-\infty, 0)$	8 分
设符合条件的实数 a 存在, 由于 l_2 垂直平分弦 AB , 故圆心 $C(3, -2)$ 必在 l_2 上.	9 分
所以 l_2 的斜率 $k_{PC}=-2$, 而 $k_{AB}=a=-\frac{1}{k_{PC}}$, 所以 $a=\frac{1}{2}$	10 分
由于 $\frac{1}{2} \notin (-\infty, 0)$, 故不存在实数 a , 使得过点 $P(2, 0)$ 的直线 l_2 垂直平分弦 AB	12 分
22. 解: (1) 由题意知: 函数 $f(x)$ 定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$	1 分
$f(-x)=(\frac{1}{a^{-x}-1}+\frac{1}{2})(-x)^3=-(\frac{a^x}{1-a^x}+\frac{1}{2})x^3$	2 分
$=-\frac{(a^x+1)x^3}{2(1-a^x)}=\frac{(a^x+1)x^3}{2(a^x-1)}=f(x)$,	4 分
$\therefore f(x)$ 是偶函数.	5 分
(2) $\therefore$ 函数 $f(x)$ 在定义域上是偶函数, $\therefore$ 函数 $y=f(2x)$ 在定义域上也是偶函数,	6 分
$\therefore$ 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x)+f(2x)>0$ 可满足题意,	7 分
$\therefore$ 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $x^3>0$, $\therefore$ 只须 $\frac{1}{a^x-1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{(a^x)^2-1}+\frac{1}{2}>0$, 即 $\frac{a^{2x}+a^x+1}{(a^x)^2-1}>0$,	9 分
$\therefore a^{2x}+a^x+1>0$, $\therefore (a^x)^2-1>0$, 解得 $a>1$,	11 分
$\therefore$ 当 $a>1$ 时, $f(x)+f(2x)>0$ 在定义域上恒成立.	12 分