

2015—2016 学年度高一级第一学期期末试题 (卷)

数 学

第 I 卷 (共 60 分)

一、选择题：(本大题共 12 个小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)。

1. 设集合 $A = \{x | 1 < x < 3\}$, $B = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$, 则 $A \cap B$ 为

- A. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 1\}$ B. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$
C. $\{x | 2 < x < 3\}$ D. R

2. 已知幂函数 $f(x) = x^m$ 的图象经过点 $(4, 2)$, 则 $f(16) =$

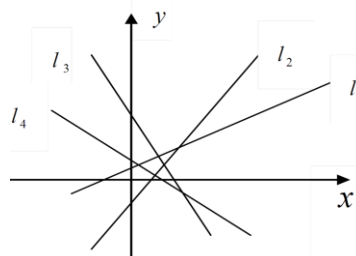
- A. $2\sqrt{2}$ B. 4 C. $4\sqrt{2}$ D. 8

3. 直线 $5x - 4y - 20 = 0$ 在 X、Y 轴上的截距分别是

- A. 4, 5 B. 4, -5 C. -4, 5 D. -4, -5

4. 如图, 设直线 l_1, l_2, l_3, l_4 的斜率分别为 k_1, k_2, k_3, k_4 , 则有

- A. $k_1 < k_2 < k_3 < k_4$
B. $k_4 < k_3 < k_1 < k_2$
C. $k_3 < k_4 < k_1 < k_2$
D. $k_4 < k_3 < k_2 < k_1$



5. 圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上的点到直线 $3x + 4y - 25 = 0$ 的距离的最小值是

- A. 6 B. 4 C. 5 D. 1

6. 下列函数中, 既是奇函数又是增函数的为

- A. $y = x|x|$ B. $y = -x^3$
C. $y = \frac{1}{x}$ D. $y = x + 1$

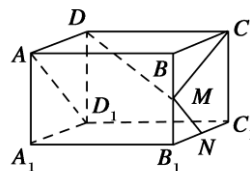
7. 已知 m, n 是两条不同直线, α, β, γ 是三个不同平面, 下列命题中正确的是

- A. 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$

- B. 若 $\alpha \perp \gamma$, $\beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \parallel \beta$
 C. 若 $m \parallel \alpha$, $m \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$
 D. 若 $m \perp \alpha$, $n \perp \alpha$, 则 $m \parallel n$

8. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M , N 分别是棱 BB_1 , B_1C_1 的中点, 若 $\angle CMN=90^\circ$, 则异面直线 AD_1 和 DM 所成角为

- A. 30°
 B. 45°
 C. 60°
 D. 90°

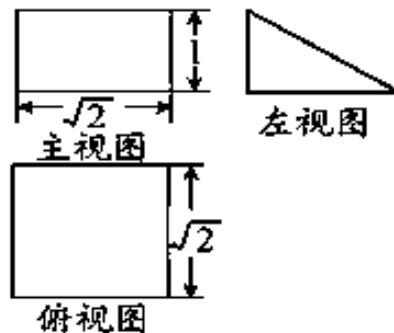


9. 棱长为 2 的正方体的外接球（各顶点均在球面上）的表面积为

- A. 6π B. 8π C. 12π D. 24π

10. 若某空间几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积是

- A. 1 B. $\frac{2}{3}$
 C. $\frac{1}{3}$ D. 2



11. 函数 $f(x) = \ln x - \frac{2}{x}$ 零点所在区间大致是

- A. (1, 2) B. (2, 3) C. $(1, \frac{1}{e})$ 和 (3, 4) D. $(e, +\infty)$

12. 若函数 $f(x) = \begin{cases} a^x & (x > 1) \\ (4 - \frac{a}{2})x + 2 & (x \leq 1) \end{cases}$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数, 则实数 a 的取值范围为

- A. $(1, +\infty)$ B. (1, 8) C. (4, 8) D. [4, 8)

第 II 卷（非选择题，共 90 分）

二、填空题：（本题 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）.

13. $\lg 25 + \lg 4 + (-9.8)^0 = \underline{\hspace{2cm}}$

14. 若直线 $L_1: ax + (1-a)y = 3$ 与 $L_2: (a-1)x + (2a+3)y = 2$ 互相垂直, 则 a 的值为

_____.

15. 若 $y = ax + 8$ 与 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 的图象关于直线 $y = x$ 对称, 则 $a = \underline{\hspace{1cm}}$ $b = \underline{\hspace{1cm}}$.

16. 已知: 集合 $M = \{0, 2, 3\}$, 定义集合运算 $A \ast A = \{x | x = a + b, a \in A, b \in A\}$, 则 $M \ast M = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题: (本大题共 6 小题, 共 70 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤).

17. (本小题 10 分)

已知函数 $f(x) = \log_a(x+2) - \log_a(2-x)$, $a > 0$ 且 $a \neq 1$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的定义域;

(II) 判断 $f(x)$ 的奇偶性并予以证明.

18. (本小题满分 12 分)

已知直线 l 的方程为 $4x + 3y - 12 = 0$, 求满足下列条件的直线 l' 的方程:

(I) l' 与 l 平行且过点 $(-1, -3)$;

(II) l' 与 l 垂直且过点 $(-1, -3)$;

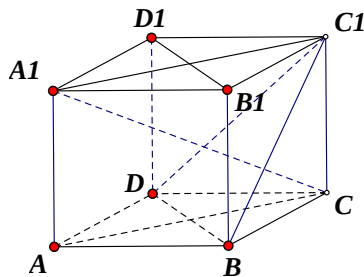
19. (本题满分 12 分)

已知直线 $L: y = 3x + 3$, 求:

(1) 点 $P(4, 5)$ 关于 L 的对称点的坐标;

(2) 直线 $y = x - 2$ 关于 L 的对称直线的方程。

在棱长为 a 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中



- (1) 求证: $B_1D_1 \parallel$ 平面 C_1BD
- (2) 求证: $A_1C \perp$ 平面 C_1BD
- (3) 求三棱锥 A_1-BC_1D 的体积.

已知点 $A(-3,0)$, $B(3,0)$, 动点 P 满足 $|PA|=2|PB|$.

- (1)若点 P 的轨迹为曲线 C ，求此曲线的方程；
- (2)若点 Q 在直线 $l_1: x+y+3=0$ 上，直线 l 经过点 Q 且与曲线 C 只有一个公共点 M ，求 $|QM|$ 的最小值.

22.(本题满分 12 分)已知二次函数 $f(x)$ 的最小值为 1, 且 $f(0) = f(2) = 3$ 。

- (1) 求 $f(x)$ 的解析式;
- (2) 若 $f(x)$ 在区间 $[2a, a+1]$ 上不单调, 求实数 a 的取值范围;
- (3) 在区间 $[-1, 1]$ 上, $y = f(x)$ 的图象恒在 $y = 2x + 2m + 1$ 的图象上方, 试确定实数 m 的取值范围。

2015——2016 学年度第一学期期末

高一数学答案

一、选择题：（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项填在试卷的答题卡中.）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	B	B	C	B	A	D	D	C	A	B	D

二、填空题：（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）.

13. 3

14. a=-3 或 1

15. a=-2 b=4

16. {0, 2, 3, 4, 5, 6} ;

三、解答题：（本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

17. （本小题10分）

解：（I）由题得 $\begin{cases} x+2 > 0 \\ 2-x > 0 \end{cases}$,3 分

所以函数 $f(x)$ 的定义域为 $\{x | -2 < x < 2\}$ 5 分

（II）函数 $f(x)$ 为奇函数6 分

证明：由（I）知函数 $f(x)$ 的定义域关于原点对称7 分

且 $f(-x) = \log_a(-x+2) - \log_a(2+x) = -\log_a(2+x) + \log_a(2-x)$

$$= -[\log_a(2+x) - \log_a(2-x)] = -f(x)$$

所以函数 $f(x)$ 为奇函数10 分

18. （本小题满分 12 分）

解：（I）由 l' 与 l 平行，则可设 l' 的方程为： $4x + 3y + C = 0$ 2 分

$$\odot l' \text{ 过点 } (-1, -3) \quad \therefore 4 \times (-1) + 3 \times (-3) + C = 0 \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{解得： } C=13 \quad \therefore l' : 4x + 3y + 13 = 0 \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

（II）由 l' 与 l 垂直，则可设 $l' : 3x - 4y + m = 0$,8 分

$$\because \text{过 } (-1, -3), \therefore 3 \times (-1) - 4 \times (-3) + m = 0 \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{解得： } m=-9, \therefore l' : 3x - 4y - 9 = 0 \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

19: (本题满分 12 分) 解:

(1) 设对称点为 $M(x, y)$ -----1 分

$$\text{则} \begin{cases} \frac{y-5}{x-4} \cdot 3 = -1 \\ \frac{y+5}{2} = 3 \cdot \frac{x+4}{2} + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 7 \end{cases} \text{-----4 分}$$

所以 M 点的坐标为 $(-2, 7)$ -----6 分

(2) 设直线 L 关于直线 $y = x - 2$ 的对称直线为 L_1

任取 L 上一点, 如 $A(-1, 0)$ -----7 分

则点 A 关于直线 $y = x - 2$ 的对称点为 $A'(2, -3)$ -----9 分

$$\text{解方程组} \begin{cases} y = 3x + 3 \\ y = x - 2 \end{cases} \text{得} \begin{cases} x = -\frac{5}{2} \\ y = -\frac{9}{2} \end{cases} \text{即两条直线的交点坐标为} B(-\frac{5}{2}, -\frac{9}{2}) \text{-----11 分}$$

由 L_1 过点 $A'(2, -3), B(-\frac{5}{2}, -\frac{9}{2})$ 由两点式可得 $L_1: x - 3y - 11 = 0$ -----12 分

20: (本小题满分 12 分) 证明: (1) $\ominus BD \parallel B_1D_1$ -----1 分

BD 又 $\subset$ 面 C_1BD -----2 分

$B_1D_1 \not\subset$ 面 C_1BD -----3 分

$B_1D_1 \parallel$ 面 C_1BD -----4 分

(2) $\ominus BD \perp AC$

又 $\ominus BD \perp AA_1$

$\therefore BD \perp$ 面 ACC_1A_1

$\ominus A_1C \subset$ 面 ACC_1A_1

$\therefore A_1C \perp BD$ -----6 分

连接 B_1C , 同理可证 $BC_1 \perp$ 面 A_1B_1C -----7 分

⊙ $A_1C \subset \text{面 } A_1B_1C$

∴ $A_1C \perp BC_1$

∴ $A_1C \perp \text{面 } C_1BD$ -----8 分

(3)显然, 三棱锥 A_1-ABD 、 C_1-BCD 、 $D-A_1D_1C_1$ 、 $B-A_1B_1C_1$ 是完全一样的,

∴ $V_{\text{三棱锥 } A_1-BC_1D} = V_{\text{正方体}} - 4V_{\text{三棱锥 } A_1-ABD}$ -----10 分

$$= a^3 - 4 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} a^2 \times a = \frac{1}{3} a^3. \quad \text{-----12 分}$$

21. (本小题 12 分)

【解】 (1)设点 P 的坐标为 (x, y) , -----1 分

$$\begin{aligned} & \text{则 } \sqrt{(x+3)^2 + y^2} \\ &= 2\sqrt{(x-3)^2 + y^2}. \quad \text{-----4 分} \end{aligned}$$

$$\text{化简可得 } (x-5)^2 + y^2 = 16,$$

此即为所求. -----6 分

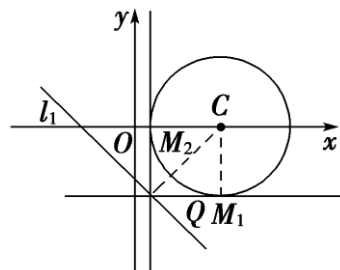
(2)曲线 C 是以点 $(5,0)$ 为圆心, 4 为半径的圆, 如图, 则直线 l 是此圆的切线, 连接 CQ , -----7 分

$$\text{则 } |QM| = \sqrt{|CQ|^2 - |CM|^2} = \sqrt{|CQ|^2 - 16}. \quad \text{-----9 分}$$

当 $CQ \perp l_1$ 时, $|CQ|$ 取最小值, -----10 分

$$|CQ| = \frac{|5+3|}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}, \quad \text{-----11 分}$$

$$\therefore |QM|_{\text{最小}} = 4. \quad \text{-----12 分}$$



22.(本题满分 12 分)

解: (1) 由已知得: 对称轴为 $x=1$, 最小值为 1, -----1 分

$$\text{设 } f(x) = a(x-1)^2 + 1, \text{ 由 } f(0) = 3, \text{ 得 } a = 2,$$

$$\text{故 } f(x) = 2x^2 - 4x + 3. \quad \text{-----4 分}$$

(2) 要使函数不单调, 则 $2a < 1 < a+1$, 则 $0 < a < \frac{1}{2}$. -----8 分

(3) 由已知, 即 $2x^2 - 4x + 3 > 2x + 2m + 1$, 化简得,

$$\text{设 } g(x) = x^2 - 3x + 1 - m, \text{ 则只要 } g(x)_{\min} > 0,$$

又是在区间 $[-1,1]$ 上，所以 $g(x)_{\min} = g(1) = -1 - m$ ，得 $m < -1$ 。12 分