

凉山州 2016 届高中毕业班第三次诊断性检测

数 学(文科)

本试卷分选择题和非选择题两部分. 第 I 卷(选择题), 第 II 卷(非选择题), 共 4 页, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、座位号、准考证号用 0.5 毫米的黑色签字笔填写在答题卡上, 并检查条形码粘贴是否正确.
2. 选择题使用 2B 铅笔涂在答题卡对应题目标号的位置上; 非选择题用 0.5 毫米黑色签字笔书写在答题卡的对应框内, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效.
3. 考试结束后, 将答题卡收回.

第 I 卷(选择题, 共 50 分)

一、选择题(每小题 5 分, 共 50 分. 每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 \leq 0\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$, 则 $A \cap B = ()$

- A. $\{0, 1\}$ B. $\{-1, 1\}$ C. $\{-1, 0\}$ D. $\{-1, 0, 1\}$

2. i 为虚数单位, $z = \frac{5i}{1+2i}$, 则 $|\bar{z}| = ()$

- A. $\sqrt{5}$ B. 5 C. 1 D. 2

3. 已知 p : “直线 l 的倾斜角 $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ”; q : “直线 l 的斜率 $k=1$ ”, 则 p 是 q 的 $()$

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 某算法的程序框图如右图所示, 如果输出的结果为 26, 则判断框内的条件应为 $()$

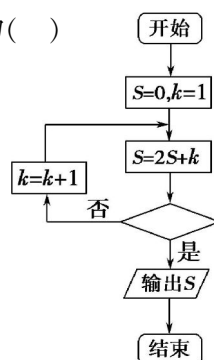
- A. $k \leq 5$ B. $k > 4$ C. $k > 3$ D. $k \leq 4$

5. 下列说法中, 不正确的是 $()$

- A. 已知 $a, b, m \in \mathbb{R}$, 命题: “若 $am^2 < bm^2$, 则 $a < b$ ” 为真命题
B. 命题: “ $\exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^2 - x_0 > 0$ ” 的否定是: “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x \leq 0$ ”
C. 命题 “ p 或 q ” 为真命题, 则命题 p 和命题 q 均为真命题
D. “ $x > 3$ ” 是 “ $x > 2$ ” 的充分不必要条件

6. 已知函数 $f(x) = 2\sin(2x + \varphi)$ ($|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 图象过点 $(0, \sqrt{3})$, 则 $f(x)$ 图象的一个对称中心是 $()$

- A. $(-\frac{\pi}{3}, 0)$ B. $(-\frac{\pi}{6}, 0)$ C. $(\frac{\pi}{6}, 0)$ D. $(\frac{\pi}{12}, 0)$



7. 《庄子·天下篇》中记述了一个著名命题：“一尺之棰，日取其半，万世不竭。”反映这个命题本质的式子是()

A. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^n} = 2 - \frac{1}{2^n}$

B. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^n} + \cdots < 2$

C. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^n} = 1$

D. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^n} + \cdots = 1$

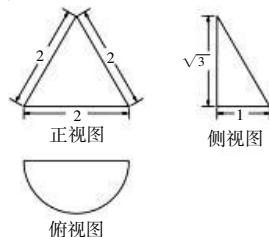
8. 某几何体的三视图如图所示，其中俯视图是个半圆，则该几何体的表面积为()

A. $\frac{3\pi}{2}$

B. $\pi + \sqrt{3}$

C. $\frac{5\pi}{2} + \sqrt{3}$

D. $\frac{3\pi}{2} + \sqrt{3}$



9. 已知 F_1, F_2 是椭圆和双曲线的公共焦点，P 是它们的一个公共点，且 $\angle F_1PF_2 = \frac{\pi}{3}$ ，则椭圆和双曲线的离心率的倒数之和的最大值为()

A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C. 3

D. 2

10. 函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(2b+1)x^2 + b(b+1)x$ 在 $(0, 2)$ 内有极小值，则()

A. $0 < b < 1$

B. $0 < b < 2$

C. $-1 < b < 1$

D. $-1 < b < 2$

第 II 卷 (非选择题, 共 100 分)

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

11. 已知向量 $\vec{a} = (m, 4)$, $\vec{b} = (m+4, 1)$, 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则实数 $m =$ _____.

12. 已知 $P(x, y)$ 为区域 $\begin{cases} x+y \geq 0 \\ x-y \geq 0 \\ x \leq 2 \end{cases}$ 内的任意一点, 则 $z = 2x - y$ 的取值范围是 _____.

13. 某班级有 50 名学生, 现用系统抽样的方法从这 50 名学生中抽出 10 名学生, 将这 50 名学生随机编号为 1~50 号, 并按编号顺序平均分成 10 组 (1~5 号, 6~10 号, ..., 46~50 号), 若在第三组抽到的编号是 13, 则在第七组抽到的编号是 _____.

14. 若 $x = 3^{\frac{3}{2}}$, $y = \log_{\pi} 3$, 则 x, y 的大小关系是 _____.

15. 若三角形三边长都是整数且至少有一个内角为 $\frac{\pi}{3}$, 则称该三角形为“完美三角形”. 有关

“完美三角形”有以下命题:

(1) 存在直角三角形是“完美三角形”;

(2) 不存在面积是整数的“完美三角形”;

(3) 周长为 12 的“完美三角形”中面积最大为 $4\sqrt{3}$;

(4) 若两个“完美三角形”有两边对应相等, 且它们面积相等, 则这两个“完美三角形”全等.

以上真命题有 _____ (写出所有真命题的序号).

三、解答题 (共 6 个小题,共 75 分)

16. (12 分) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_5=5S_2$, $2a_1+1=a_3$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设数列 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, 求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

17. (12 分) 2016 年 1 月份, 某家电公司为了调查用户对该公司售后服务的满意度, 随机调查了 10 名使用该公司产品的用户, 用户通过“10 分制”对公司售后服务进行评价. 分数不低于 9.5 分的用户为满意用户, 分数低于 9 分的用户为不满意用户, 其它分数的用户为基本满意用户. 已知这 10 名用户的评分分别为: 7.6, 8.3, 8.7, 8.9, 9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.9, 10.

(1) 从这 10 名用户的不满意用户和基本满意用户中各抽取一人, 求这两名用户评分之和大于 18 的概率;

(2) 从这 10 名用户的满意用户和基本满意用户中任意抽取两人, 求这两名用户至少有一人为满意用户的概率.

18. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 设内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\sin(\frac{\pi}{3}-C) + \cos(C-\frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

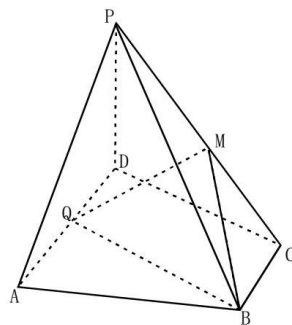
(1) 求角 C ;

(2) 若 $c=2\sqrt{3}$ 且 $\sin A=2\sin B$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. (12 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, $AD \parallel BC$, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, $\angle ADC = 90^\circ$, $AD = 2BC$, Q 为 AD 的中点, M 为棱 PC 的中点.

(1) 证明: $PA \parallel$ 平面 BMQ ;

(2) 已知 $PD = DC = AD = 2$, 求点 C 到平面 BMQ 的距离.



20. (13 分) 已知函数 $f(x) = \ln x - ax$ ($a \in \mathbb{R}$).

(1) 若 $a = -2$, 求曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线方程;

(2) 求 $f(x)$ 的单调区间.

21. (14 分) 已知椭圆 $T: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 过左焦点 F 的直线与椭圆交于 A, B

两点, 若线段 AB 的中点为 $M(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 过右焦点的直线 l 与圆 $x^2 + y^2 = 2$ 相交于 C, D , 与椭圆 T 相交于 E, G , 且 $|CD| = \sqrt{5}$, 求 $|EG|$.