

凉山州 2016 届高中毕业班第三次诊断性检测

数 学(理科)

本试卷分选择题和非选择题两部分. 第 I 卷(选择题), 第 II 卷(非选择题), 共 4 页, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、座位号、准考证号用 0.5 毫米的黑色签字笔填写在答题卡上, 并检查条形码粘贴是否正确.

2. 选择题使用 2B 铅笔涂在答题卡对应题目标号的位置上; 非选择题用 0.5 毫米黑色签字笔书写在答题卡的对应框内, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试卷上答题无效.

3. 考试结束后, 将答题卡收回.

第 I 卷(选择题, 共 50 分)

一、选择题(每小题 5 分, 共 50 分. 每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 \leq 0\}$, $B = \{x | \ln(1-x) > 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $(-1, 2)$ B. $[-1, 1)$ C. $[-1, 0)$ D. $(-1, 0)$

2. i 为虚数单位, $z = \frac{5i}{1+2i}$, 则 $|\bar{z}| =$ ()

- A. $\sqrt{5}$ B. 5 C. 1 D. 2

3. 已知 p : “直线 l 的倾斜角 $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ”; q : “直线 l 的斜率 $k=1$ ”, 则 p 是 q 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 某算法的程序框图如右图所示, 如果输出的结果为 26, 则判断框内的条件应为 ()

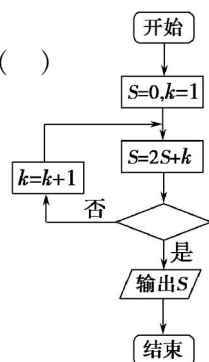
- A. $k \leq 5$ B. $k > 4$ C. $k > 3$ D. $k \leq 4$

5. 下列说法中, 不正确的是 ()

- A. 已知 $a, b, m \in \mathbb{R}$, 命题: “若 $am^2 < bm^2$, 则 $a < b$ ” 为真命题
B. 命题: “ $\exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^2 - x_0 > 0$ ” 的否定是: “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x \leq 0$ ”
C. 命题 “ p 或 q ” 为真命题, 则命题 p 和命题 q 均为真命题
D. “ $x > 3$ ” 是 “ $x > 2$ ” 的充分不必要条件

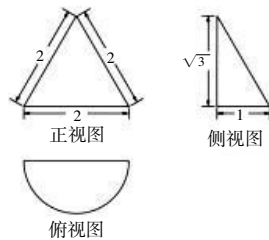
6. 《庄子·天下篇》中记述了一个著名命题: “一尺之棰, 日取其半, 万世不竭.” 反映这个命题本质的式子是 ()

- A. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^n} = 2 - \frac{1}{2^n}$ B. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^n} + \cdots < 2$
C. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^n} = 1$ D. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^n} + \cdots = 1$



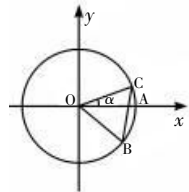
7. 某几何体的三视图如图所示,其中俯视图是个半圆,则该几何体的表面积为()

- A. $\frac{3\pi}{2}$
 B. $\pi + \sqrt{3}$
 C. $\frac{5\pi}{2} + \sqrt{3}$
 D. $\frac{3\pi}{2} + \sqrt{3}$



8. 如图,圆 O 与 x 轴的正半轴的交点为 A ,点 C 、 B 在圆 O 上,且点 C 位于第一象限,点 B 的坐标为 $(\frac{12}{13}, -\frac{5}{13})$, 设 $\angle AOC = \alpha$,若 $BC=1$,则 $\sqrt{3}\cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 的值为()

- A. $-\frac{5}{13}$ B. $\frac{5}{13}$ C. $-\frac{12}{13}$ D. $\frac{12}{13}$



9. 已知 F_1 、 F_2 是椭圆和双曲线的公共焦点, P 是它们的一个公共点,且 $\angle F_1PF_2 = \frac{\pi}{3}$, 则椭圆和双曲线的离心率的倒数之和的最大值为()

- A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. 3 D. 2

10. 已知函数 $f(x) = (x^2 + ax + b)e^x$, 当 $b < 1$ 时, 函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, -2)$, $(1, +\infty)$ 上均为增函数, 则 $\frac{a+b}{a-2}$ 的取值范围是()

- A. $(-2, \frac{2}{3}]$ B. $[-\frac{1}{3}, 2)$ C. $(-\infty, \frac{2}{3}]$ D. $[-\frac{1}{3}, 2]$

第 II 卷 (非选择题, 共 100 分)

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

11. 若 $x = 3^{\ln \frac{3}{2}}$, $y = \log_{\pi} 3$, 则 x, y 的大小关系是_____.

12. 已知 $P(x, y)$ 为区域 $\begin{cases} x+y \geq 0 \\ x-y \geq 0 \\ x \leq 2 \end{cases}$ 内的任意一点, 则 $z = 2x - y$ 的取值范围是_____.

13. 设函数 $f(x) = (C_{10}^1 x + 1)(C_{10}^3 x + 1) \cdots (C_{10}^7 x + 1)(C_{10}^9 x + 1)$, 则 $f'(0) =$ _____. (用数字作答)

14. 已知向量 $\vec{a} = (m, 4)$, $\vec{b} = (m+4, 1)$, 若 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, 则与 $\vec{a}$ 方向相同的单位向量的坐标是_____.

15. 若三角形三边长都是整数且至少有一个内角为 $\frac{\pi}{3}$, 则称该三角形为“完美三角形”. 有关

“完美三角形”有以下命题:

- (1) 存在直角三角形是“完美三角形”;
 (2) 不存在面积是整数的“完美三角形”;
 (3) 周长为 12 的“完美三角形”中面积最大为 $4\sqrt{3}$;
 (4) 若两个“完美三角形”有两边对应相等, 且它们面积相等, 则这两个“完美三角形”全等.

以上真命题有_____. (写出所有真命题的序号).

三、解答题 (共 6 个小题,共 75 分)

16. (12 分) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_4=4S_2$, $2a_1+1=a_2$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设数列 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, 求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

17. (12 分) 一个盒子里装有大小均匀的 6 个小球, 其中有红色球 4 个, 编号分别为 1, 2, 3, 4; 白色球 2 个, 编号分别为 4, 5. 从盒子中任取 3 个小球 (假设取到任何一个小球的可能性相同).

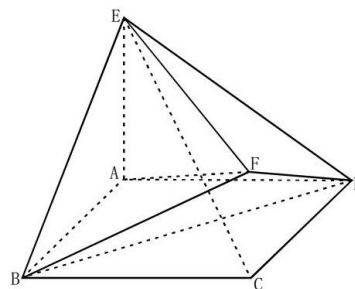
(1) 求取出的 3 个小球中, 含有编号为 4 的小球的概率.

(2) 在取出的 3 个小球中, 小球编号的最大值设为 X , 求随机变量 X 的分布列.

18. (12 分) 如图, 已知多面体 $ABCDEF$ 中, $ABCD$ 为菱形, $\angle ABC=60^\circ$, $AE \perp$ 平面 $ABCD$, $AE \parallel CF$, $AB=AE=1$, $AF \perp BE$.

(1) 求证: $AF \perp$ 平面 BDE ;

(2) 求二面角 $F-BE-D$ 的余弦值.



19. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 设内角 A、B、C 的对边分别为 a 、 b 、 c , $\sin(\frac{\pi}{3}-C)+\cos(C-\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求角 C;

(2) 若 $c=2\sqrt{3}$, 点 O 满足 $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OC}|$, 求: $\overrightarrow{CO} \cdot (\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB})$ 的取值范围.

20. (13 分) 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ($a>b>0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 过左焦点 F 的直线与椭圆交于 A、B 两点.

(1) 若线段 AB 的中点为 $M(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$, 求椭圆的方程;

(2) 过点 A 与椭圆只有一个公共点的直线为 l_1 , 过点 F 与 AF 垂直的直线为 l_2 , 求证 l_1 与 l_2 的交点在定直线上.

21. (14 分) 对于函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D, 如果存在区间 $[m, n] \in D$, 同时满足下列条件:

① $f(x)$ 在 $[m, n]$ 上是单调函数;

② 当 $f(x)$ 的定义域为 $[m, n]$ 时, 值域也是 $[m, n]$, 则称区间 $[m, n]$ 是函数 $f(x)$ 的“K 区间”. 对

于函数 $f(x)=\begin{cases} a\ln x-x, & x>0 \\ \sqrt{-x}-a, & x\leq 0 \end{cases}$ ($a>0$).

(1) 若 $a=1$, 求函数 $f(x)$ 在 $(e, 1-e)$ 处的切线方程;

(2) 若函数 $f(x)$ 存在“K 区间”, 求 a 的取值范围.