2012年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学（必修+选修 II）

【名师简评】

该套试卷整体上来说与往年相比，比较平稳，试题中没有偏题和怪题，在考查了基础知识的基础上，还考查了同学们灵活运用所学知识的解决问题的能力。题目没有很多汉字的试题，都是比较简约型的。但是不乏也有几道创新试题，像选择题的第 12 题，填空题的 16 题，解答题第 22 题，另外别的试题保持了往年的风格，入题简单，比较好下手，但是出来不是那么很容易。整体上试题由梯度，由易到难，而且大部分试题适合同学们来解答体现了双基，考查了同学们的四大思想的运用，是一份比较好的试卷。

一、选择题

1、　复数 $\dfrac{-1+3i}{1+i}$ =

A 2+I　　B　2-I　　C 1+2i　 D 1- 2i

1.C

【命题意图】本试题主要考查了复数的四则运算法则。通过利用除法运算来求解。

【解析】因为 $\dfrac{-1+3i}{1+i}=\dfrac{(-1+3i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\dfrac{2+4i}{2}=1+2i$

2、已知集合 A={1.3.　$\sqrt{m}$ }，B={1，m} ,A$\cup$B=A, 则 m=

A　0 或 $\sqrt{3}$　　B　0 或 3　　C　1 或 $\sqrt{3}$　　D　1 或 3

2. B

【命题意图】本试题主要考查了集合的概念和集合的并集运算，集合的关系的运用，元素与集合的关系的综合运用。同时考查了分类讨论思想。

【解析】因为

$A\cup B=A\therefore B\subseteq A\because A=\{1,3,m\},B=\{1,m\}$

$\therefore m\in A\therefore m=3$,或$m=\sqrt{m}\therefore m=0,m=1$(舍去)$m=3$

3　椭圆的中心在原点，焦距为 4　一条准线为 x=-4 ，则该椭圆的方程为

A　$\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}$=1　　B　$\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{8}$=1

C　$\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}$=1　　D　$\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{4}$=1

3. C

【命题意图】本试题主要考查了椭圆的方程以及性质的运用。通过准线方程确定焦点位置，然后借助于焦距和准线求解参数 a, b, c，从而得到椭圆的方程。

【解析】因为

椭圆的一条准线为x=-4,则-$\frac{a^2}{c}$=-4$\therefore a^2$=4c且焦点在x轴上，

$\because 2c=4 \therefore c=2, a=2\sqrt{2} \therefore$ 椭圆的方程为$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$

4　已知正四棱柱 ABCD- $A_1B_1C_1D_1$ 中　，AB=2，$CC_1=2\sqrt{2}$　E 为 CC_1 的中点，则直线 AC_1 与平面 BED 的距离为

A　2　B　$\sqrt{3}$　C　$\sqrt{2}$　D　1

4. C

【命题意图】本试题主要考查了正四棱柱的性质的运用，以及点到面的距离的求解，体现了转换与化归的思想的运用，以及线面平行时的距离，转化为点到面的距离即可。

【解析】因为底面的边长为 2，高为$2\sqrt{2}$且连接 AC,BD,得到了交点为　O，连接 EO，

EO//AC1

则点 C1到平面 BDE 的距离等于 C 到平面 BDE 的距离，过点 C 作，CH⊥OE,则，CH 即为所求，

在三角形 OCE 中，利用等面积法，可得 CH=$\sqrt{2}$

（5）已知等差数列{a_n}的前 n 项和为 S_n，$a_5=5$，$S_5=15$，则数列$\left\{\frac{1}{a_na_{n+1}}\right\}$的前 100 项和为

(A)$\frac{100}{101}$　(B)　$\frac{99}{101}$　(C)　$\frac{99}{100}$　(D)　$\frac{101}{100}$

5. A

【命题意图】本试题主要考查等差数列的通项公式和前 n 项和的公式的运用，以及裂项求和的综合运用，通过已知中两项，得到公差，和解析式，并进一步求和。

【解析】因为已知等差数列

$\{a_n\}$中，$a_5=5$，$S_5=\frac{(a_5+a_1)\times 5}{2}=15 \therefore a_1=1 \therefore d=1$

$\therefore a_n=n \therefore \frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$

$\therefore S_{100}=(1-\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+\cdots+(\frac{1}{100}-\frac{1}{101})=1-\frac{1}{101}=\frac{100}{101}$

（6）△ABC 中，AB 边的高为 CD，若$\overrightarrow{CB}=a$，$\overrightarrow{CA}=b$，a • b=0，|a|=1，|b|=2，则$\overrightarrow{AD}=$

(A) $\frac{1}{3}a-\frac{1}{3}b$　（B）$\frac{2}{3}a-\frac{2}{3}b$　(C) $\frac{3}{5}a-\frac{3}{5}b$　(D) $\frac{4}{5}a-\frac{4}{5}b$

6 D

【命题意图】本试题主要考查了向量的加减法几何意义的运用，结合运用特殊直角三角形求解点 D 的位置的运用。

【解析】因为

$\vec{a} \bullet \vec{b} = 0 \therefore \angle ACB = 90^0 \therefore AB = \sqrt{5}, CD = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\therefore BD = \frac{\sqrt{5}}{5}, AD = \frac{4\sqrt{5}}{5} \therefore AD : BD = 4:1$

$\vec{CD} = \frac{1}{5}\vec{CA} + \frac{4}{5}\vec{CB} \therefore \vec{AD} = \vec{CD} - \vec{CA} = -\frac{4}{5}\vec{CA} + \frac{4}{5}\vec{CB} = -\frac{4}{5}\vec{b} + \frac{4}{5}\vec{a}$

（7）已知 α 为第二象限角，sin α ＋sin β $= \frac{\sqrt{3}}{3}$， 则 cos2 α =

(A) $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ （B） $-\frac{\sqrt{5}}{9}$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{9}$ (D) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

7 A

【命题意图】本试题主要考查了三角函数中两角和差的公式以及二倍角公式的运用。首先利用平方法得到二倍角的正弦值，然后利用二倍角的余弦公式，将所求的转化为单角的正弦值和余弦值的问题。

【解析】

$\because \sin\alpha + \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \therefore$ 两边平方，得到$1 + \sin 2\alpha = \frac{1}{3}$

$\therefore \sin 2\alpha = -\frac{2}{3} \because \alpha$是第二象限角，因此$\sin\alpha > 0, \cos\alpha < 0$

所以$-\sin\alpha + \cos\alpha = -\sqrt{(-\sin\alpha + \cos\alpha)^2} = -\frac{\sqrt{15}}{3}$

$\therefore \cos 2\alpha = (-\sin\alpha + \cos\alpha)(\sin\alpha + \cos\alpha) = -\frac{\sqrt{5}}{3}$

（8）已知 F_1、F_2 为双曲线 C：$x^2 - y^2 = 2$ 的左、右焦点，点 P 在 C 上，$|PF_1| = |2PF_2|$，则 cos $\angle F_1PF_2$=

(A) $\frac{1}{4}$ （B） $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{5}$

8 C

【命题意图】本试题主要考查了双曲线的定义的运用和性质的运用，以及余弦定理的运用。首先运用定义得到两个焦半径的值，然后结合三角形中的余弦定理求解即可。

【解析】解：因为

由题意可知，$a = \sqrt{2} = b \therefore c = 2$

设$|PF_1| = 2x, |PF_2| = x$

$\therefore |PF_1| - |PF_2| = x = 2\sqrt{2} \therefore |PF_1| = 4\sqrt{2}, |PF_2| = 2\sqrt{2}, |F_1F_2| = 4$

利用余弦定理则$\cos\angle F_1PF_2 = \frac{(4\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 - 4^2}{2 \times 2\sqrt{2} \times 4\sqrt{2}} = \frac{3}{4}$

（9）已知 x=ln π， y=$\log_5 2$， z=$e^{\frac{1}{2}}$，则

(A)x＜y＜z （B）z＜x＜y (C)z＜y＜x (D)y＜z＜x

9 D

【命题意图】本试题主要考查了对数、指数的比较大小的运用。

【解析】

$\because \ln\pi > 1 \because \log_5 2 = \frac{1}{\log_2 5} \because \log_2 5 > 2,$

$\because z = e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{e}} \because \sqrt{e} < 2 \therefore y < z < x$

(10) 已知函数 y＝x^2 -3x+c 的图像与 x 恰有两个公共点，则 c＝

（A）-2 或 2 （B）-9 或 3 （C）-1 或 1 （D）-3 或 1

10 A

【命题意图】本试题主要考查了导数在研究三次函数中的极值的运用。要是函数图像与 x 轴有两个不同的交点，则需要满足极值中一个为零即可。

【解析】因为三次函数的图像与 x 轴恰有两个公共点，说明而来极大值或者极小值为零即可

$f'(x) = 3(x+1)(x-1) \therefore$ 当x=1,x=-1取得极值，

$\therefore f(1) = 0$或$\therefore f(-1) = 0 \therefore$ c-2=0,或c+2=0

（11）将字母 a,a,b,b,c,c,排成三行两列，要求每行的字母互不相同，梅列的字母也互不相同，则不同的排列方法共有

（A）12 种（B）18 种（C）24 种（D）36 种

11 A

【命题意图】本试题考查了排列组合的用用。

【解析】利用分步计数原理，先填写最左上角的数，有 3 种，再填写右上角的数为 2 种，在填写第二行第一列的数有 2 种，一共有 3*2*2=12 种。

（12）正方形 ABCD 的边长为 1，点 E 在边 AB 上，点 F 在边 BC 上，AE＝BF＝$\frac{7}{3}$。动点 P 从 E 出发沿直线喜爱那个 F 运动，每当碰到正方形的方向的边时反弹，反弹时反射等于入射角，当点 P 第一次碰到 E 时，P 与正方形的边碰撞的次数为

（A）16（B）14（C）12(D)10

12 B

【命题意图】本试题主要考查了反射原理与三角形相似知识的运用。通过相似三角形，来确定反射后的点的落的位置，结合图像分析反射的次数即可。

【解析】解：结合已知中的点 E, F 的位置，进行作图，推理可知，在反射的过程中，直线是平行的，那么利用平行关系，作图，可以得到回到 EA 点时，需要碰撞 14 次即可。

二、填空题

（13）若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+1\geqslant 0, \\ x+y-3\leqslant 0, \\ x+3y-3\geqslant 0, \end{cases}$ 则 z=3x-y 的最小值为_________。

13. -1

【命题意图】本试题考查了线性规划最优解的求解的运用。常规题型，只要正确作图，表示出区域，然后借助于直线平移法得到最值。

【解析】利用不等式组，作出可行域，可知区域表示的为三角形，当目标函数过点（3, 0）时，目标函数最大，当目标函数过点（0, 1）时最小为-1

（14）当函数$y=\sin x-\sqrt{3}\cos x\ (0\leqslant x<2\pi)$取得最大值时，x=___________。

14. $\dfrac{5\pi}{6}$

【命题意图】本试题主要考查了三角函数性质的运用，求解值域问题。首先化为单一三角函数，然后利用定义域求解角的范围，从而结合三角函数图像得到最值点。

【解析】解：因为

$$y=\sin x-\sqrt{3}\cos x=2\sin(x-\frac{\pi}{3})$$

$$\because x\in[0,2\pi)\therefore x-\frac{\pi}{3}\in[-\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{3})$$

$$\therefore \text{当}x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}\therefore x=\frac{5\pi}{6}\text{，函数值最大为}2$$

（15）若$(x+\frac{1}{x})^n$的展开式中第 3 项与第 7 项的二项式系数相等，则该展开式中$\frac{1}{x^2}$的系数为__________。

15. 56

【命题意图】本试题主要考查了二项式定理中通项公式的运用。利用二项式系数相等，确定了 n 的值，然后进一步借助于通项公式，分析项的系数。

【解析】根据已知条件可知

$$C_n^2=C_n^6\therefore n=8\because (x+\frac{1}{x})^8\text{展开式中的通项公式为}$$

$$T_{r+1}=C_8^r x^{8-2r}\therefore \text{令}8-2r=-2\therefore r=5$$

$$\therefore C_8^5=56\text{即为所求。}$$

（16）三菱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 中，底面边长和侧棱长都相等，　BAA_1=CAA_1=50°

则异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角的余弦值为_____________。

16. $\dfrac{3\sqrt{38}}{38}$

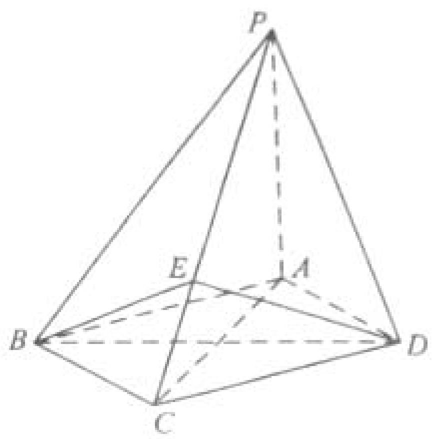
【命题意图】本试题考查了斜棱柱中异面直线的角的求解。首先利用线面角线线角的关系，得到棱柱的高，为建立直角坐标系做好的铺垫，然后求解点的坐标，得到异面直线的向量坐标即可。结合向量的夹角公式得到。

【解析】解：首先根据已知条件，做 A_1H 垂直于底面交 BC 的高线与 H，然后可得到侧棱与底

面所成的角的余弦值为$\frac{\sqrt{3}}{3}$，设出侧棱长为 a，然后利用建立空间直角坐标系，表示异面直线所成的角，以 H 为原点，建立坐标系，这样可以得到 A（$\frac{\sqrt{3}a}{3},0,0$）

$B_1(-\frac{\sqrt{3}a}{3},\frac{a}{3},\frac{\sqrt{6}a}{3}),B(\frac{\sqrt{3}a}{6},\frac{a}{2},0),C_1(-\frac{\sqrt{3}a}{6},-\frac{a}{2},\frac{\sqrt{6}a}{3})$，结合向量的夹角公式可以得到余弦值。

三、解答题



（17）（本小题满分 10 分）（注意：在试卷上作答无效）

△ABC 的内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，已知 cos（A-C）＋cosB=1，a=2c，求 c。

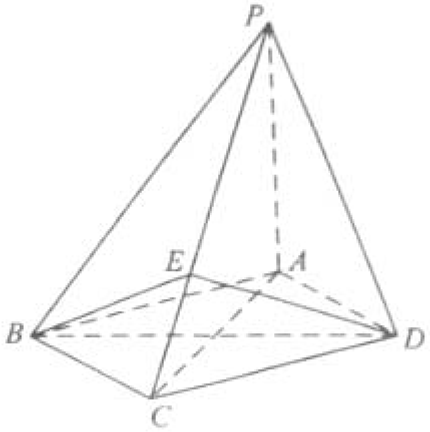
17

【命题意图】本试题主要考查了解三角形的运用，给出两个公式，一个是边的关系，一个角的关系，而求解的为角，因此要找到角的关系式为好。

【点评】该试题从整体来看保持了往年的解题风格，依然是通过边角的转换，结合了三角形的内角和定理的知识，以及正弦定理和余弦定理，求解三角形中的角的问题。试题整体上比较稳定，思路也比较容易想，先将三角函数关系式化简后，得到 A,C 角关系，然后结合 a=2c，得到两角的二元一次方程组，自然很容易得到角 c 的值。

（18）（本小题满分 12 分）（注意：在试题卷上作答无效）

如图，四棱锥 P-ABCD 中，底面 ABCD 为菱形，PA⊥底面 ABCD，AC=2$\sqrt{2}$，PA=2， E 是 PC 上的一点，PE=2EC.



（Ⅰ）证明：PC⊥平面 BED；

（Ⅱ）设二面角 A-PB-C 为 90°，求 PD 与平面 PBC 所成角的大小。

18【命题意图】本试题主要是考查了四棱锥中关于线面垂直的证明以及线面角的求解的运用。从题中的线面垂直以及边长和特殊的菱形入手得到相应的垂直关系和长度，并加以证明和求解。

【点评】试题从命题的角度来看，整体上题目与我们平时练习的试题和相似，底面也是特殊的菱形，一个侧面垂直于底面的四棱锥问题，那么创新的地方就是点 E 的位置的选择是一般的三等分点，这样的解决对于学生来说就是比较有点难度的，因此最好使用空间直角坐标系解决该问题为好。

19. （本小题满分 12 分）（注意：在试题卷上作答无效）

乒乓球比赛规则规定：一局比赛，双方比分在 10 平前，一方连续发球 2 次后，对方再连续发球 2 次，依次轮换。每次发球，胜方得 1 分，负方得 0 分。设在甲、乙的比赛中，每次发球，发球方得 1 分的概率为 0.6，各次发球的胜负结果相互独立。甲、乙的一局比赛中，甲先发球。

（Ⅰ）求开始第 4 次发球时，甲、乙的比分为 1 比 2 的概率；

（Ⅱ）ξ 表示开始第 4 次发球时乙的得分，求 ξ 的期望。

19【命题意图】本试题主要是考查了关于独立事件的概率的求解，以及分布列和期望值问题。首先要理解发球的具体情况，然后对于事件的情况分析，讨论，并结合独立事件的概率求解结论。

【点评】首先从试题的选材上来源于生活，同学们比较熟悉的背景，同时建立在该基础上求解进行分类讨论的思想的运用，以及能结合独立事件的概率公式求解分布列的问题。情景比较亲切，容易入手，但是在讨论情况的时候，容易丢情况。

（20）（本小题满分 12 分）（注意：在试题卷上作答无效）

设函数 f（x）=ax+cosx，x∈[0， π]。

（Ⅰ）讨论 f（x）的单调性；

（Ⅱ）设 f（x）≤1+sinx，求 a 的取值范围。

20【命题意图】本试题考查了导数在研究函数中的运用。第一就是函数中有三角函数，要利用三角函数的有界性，求解单调区间。另外就是运用导数证明不等式问题的构造函数思想的运用。

【点评】试题分为两问，题面比较简单，给出的函数比较新颖，因为里面还有三角函数，，这一点对于同学们来说比较有点难度，不同于平时的练习，相对来说比较做的少。但是解决的关键还是要看导数的符号的实质不变，求解单调区间。第二问中，运用构造函数的思想，证明不等式，一直以来是个难点，那么这类问题的关键是找到合适的函数，来运用导数证明最值问题大于零或者小于零得到解决。

21.（本小题满分 12 分）（注意：在试卷上作答无效）

已知抛物线 C：$y=(x+1)^2$ 与圆 M：（x-1）2+($y-\frac{1}{2}$)^2=r2(r＞0)有一个公共点，且在 A 处两曲线的切线为同一直线 l.

（Ⅰ）求 r；

（Ⅱ）设 m、n 是异于 l 且与 C 及 M 都相切的两条直线，m、n 的交点为 D，求 D 到 l 的距离。

21【命题意图】本试题考查了抛物线与圆的方程，以及两个曲线的公共点处的切线的运用，并在此基础上求解点到直线的距离。

【点评】该试题出题的角度不同于平常，因为涉及的是两个二次曲线的交点问题，并且要研究两曲线在公共点出的切线，把解析几何和导数的工具性结合起来，是该试题的创新处。另外对于在第二问中更是难度加大了，出现了另外的两条公共的切线，这样的问题对于我们以后的学习也是一个需要练习的方向。

22（本小题满分 12 分）（注意：在试卷上作答无效）

函数 $f(x)=x^2-2x-3$，定义数列$\{x_n\}$如下：$x_1=2$，x_{n+1} 是过两点 P（4,5）、$Q_n(x_n,f(x_n))$的直线 PQ_n 与 x 轴交点的横坐标。

（Ⅰ）证明：$2\le x_n<x_{n+1}<3$；

（Ⅱ）求数列$\{x_n\}$的通项公式。

22【命题意图】本试题主要考查了数列的通项公式以及函数与数列的相结合的综合运用。先从函数入手，表示直线方程，从而得到交点坐标，再结合数列的知识解决。

【点评】以函数为背景，引出点的坐标，并通过直线与坐标轴的交点的得到数列的通项公式。既考查了直线方程，又考查了函数解析式，以及不等式的证明，试题比较综合，有一定的难度。做这类试题那就是根据已知条件，一步一步的翻译为代数式，化简得到要找的关系式即可。