



## 第3课时 分式方程的应用

### 名师点金

列分式方程解应用题与整式方程解应用题验根的区别:前者既要检验方程的根是否是增根,还应考虑题目中的实际意义,后者只需检验方程的根是否符合实际意义.

### 夯实基础·逐点练 (点拨见202页)

#### 知识点1 列分式方程解应用题的步骤

1. 一辆汽车开往距离出发地 180 km 的目的地,按原计划的速度匀速行驶 60 km 后,再以原来速度的 1.5 倍匀速行驶,结果比原计划提前 40 min 到达目的地,求原计划的行驶速度.

(1)审:审清题意,找出已知量和未知量.

(2)设:设未知数,设原计划的行驶速度为  $x$  km/h,则行驶 60 km 后的速度为 1.5x km/h.

(3)列:根据等量关系,列分式方程为  $\frac{180-60}{x} - \frac{180-60}{1.5x}$

$$= \frac{40}{60}.$$

(4)解:解分式方程,得  $x = \underline{60}$ .

(5)检:检验所求的解是否为分式方程的解,并检验分式方程的解是否符合问题的实际意义.

经检验:  $x=60$  是原方程的解,且符合题意.

(6)答:写出答案(不要忘记单位).

答:原计划的行驶速度为 60 km/h.

#### 知识点2 列分式方程解应用题的常见类型

##### 类型1 和倍问题

2. (2015·安顺)“母亲节”前夕,某商店根据市场调查,用 3 000 元购进第一批盒装花,上市后很快售完,接着又用 5 000 元购进第二批这种盒装花.已知第二批所购花的盒数是第一批所购花盒数的 2 倍,且每盒花的进价比第一批的进价少 5 元.求第一批盒装花每盒的进价是多少元?

解:设第一批盒装花每盒的进价是  $x$  元,

$$\text{则 } 2 \times \frac{3\,000}{x} = \frac{5\,000}{x-5}, \text{ 解得 } x=30.$$

经检验,  $x=30$  是原方程的根,且符合题意.

答:第一批盒装花每盒的进价是 30 元.

3. (2015·盘锦)为支援灾区,某校爱心活动小组准备用筹集的资金购买 A, B 两种型号的学习用品共 1 000 件.已知 B 型学习用品的单价比 A 型学习用品的单价多 10 元,用 180 元购买 B 型学习用品的件数与用 120 元购买 A 型学习用品的件数相同.

(1)求 A, B 两种学习用品的单价各是多少元;

(2)若购买这批学习用品的费用不超过 28 000 元,则最多购买 B 型学习用品多少件?

解:(1)设 A 型学习用品的单价是  $x$  元,

$$\text{根据题意得 } \frac{180}{x+10} = \frac{120}{x}, \text{ 解得 } x=20,$$

经检验,  $x=20$  是原方程的根,且符合题意,

$$x+10=20+10=30(\text{元}).$$

答:A 型学习用品的单价是 20 元, B 型学习用品的单价是 30 元;

(2)设可以购买 B 型学习用品  $a$  件,则购买 A 型学习用品  $(1\,000-a)$  件,由题意,得  $20(1\,000-a) + 30a \leq 28\,000$ , 解得  $a \leq 800$ .

答:最多购买 B 型学习用品 800 件.

##### 类型2 配套问题

4. (2015·宁波)宁波火车站北广场将于 2015 年年底投入使用,计划在广场内种植 A, B 两种花木共 6 600 棵,若 A 花木数量是 B 花木数量的 2 倍少 600 棵.

(1)A, B 两种花木的数量分别是多少棵?

(2)如果园林处安排 26 人同时种植这两种花木,每人每天能种植 A 花木 60 棵或 B 花木 40 棵,应分别安排多少人种植 A 花木和 B 花木,才能确保同时完成各自的任務?

解:(1)设 B 花木的数量为  $x$  棵,则 A 花木的数量是  $(2x-600)$  棵,由题意得  $x+2x-600=6\,600$ ,

$$\text{解得 } x=2\,400, 2x-600=4\,200(\text{棵}),$$

答:B 花木的数量为 2 400 棵, A 花木的数量为 4 200 棵;

(2)设安排  $a$  人种植 A 花木,由题意得

$$\frac{4\,200}{60a} = \frac{2\,400}{40(26-a)}, \text{ 解得 } a=14,$$

经检验,  $a=14$  是原分式方程的解,且符合题意,

$$26-a=26-14=12(\text{人}),$$

答:安排 14 人种植 A 花木, 12 人种植 B 花木.

##### 类型3 销售问题

5. (2015·哈尔滨)华昌中学开学初在金利源商场购进 A, B 两种品牌的足球,购买 A 品牌足球花费了 2 500 元,购买 B 品牌足球花费了 2 000 元,且购买 A 品牌足球数量是购买 B 品牌足球数量的 2 倍,已知购买一个 B 品牌足球比购买一个 A 品牌足球多花 30 元.

(1)求购买一个 A 品牌、一个 B 品牌的足球各需多少元;

(2)华昌中学响应习总书记“足球进校园”的号召,决定再次购进 A, B 两种品牌足球共 50 个,恰逢金利源



商场对两种品牌足球的售价进行调整,A品牌足球售价比第一次购买时提高了8%,B品牌足球按第一次购买时售价的9折出售,如果这所中学此次购买A,B两种品牌足球的总费用不超过3 260元,那么华昌中学此次最多可购买多少个B品牌足球?

**解:**(1)设购买一个A品牌的足球需 $x$ 元,则购买一个B品牌的足球需 $(x+30)$ 元,由题意得 $\frac{2\ 500}{x} =$

$$\frac{2\ 000}{x+30} \times 2, \text{解得 } x=50,$$

经检验, $x=50$ 是原方程的解,且符合题意, $x+30=80$ (元).

**答:**购买一个A品牌的足球需50元,一个B品牌的足球需80元.

(2)设此次可购买 $a$ 个B品牌足球,则购进A品牌足球 $(50-a)$ 个,由题意得 $50 \times (1+8\%)(50-a) + 80 \times 0.9a \leq 3\ 260$ ,解得 $a \leq 31\frac{1}{9}$ .

$\because a$ 是整数, $\therefore a$ 最大等于31,

**答:**华昌中学此次最多可购买31个B品牌足球.

6. (2015·河池)联华商场以150元/台的价格购进某款电风扇若干台,很快售完.商场用相同的货款再次购进这款电风扇,因价格提高30元,进货量减少了10台.

(1)这两次各购进电风扇多少台?

(2)商场以250元/台的售价卖完这两批电风扇,商场获利多少元?

**解:**(1)设第一次购进了 $x$ 台电风扇,则第二次购进了 $(x-10)$ 台电风扇,由题意得 $\frac{150x}{x-10} = 150+30$ ,

$$\text{解得 } x=60,$$

经检验, $x=60$ 是原分式方程的解,且符合题意,则 $x-10=60-10=50$ (台),

**答:**第一次购进了60台电风扇,第二次购进了50台电风扇;

(2) $(250-150) \times 60 + (250-150-30) \times 50 = 6\ 000 + 3\ 500 = 9\ 500$ (元).

**答:**商场获利9 500元.

7. (2015·泰安)某服装店购进一批甲、乙两种款型时尚T恤衫,甲种款型共用了7 800元,乙种款型共用了6 400元,甲种款型的件数是乙种款型件数的1.5倍,甲种款型每件进价比乙种款型每件进价少30元.

(1)甲、乙两种款型的T恤衫各购进多少件?

(2)服装店将进价提高60%标价销售,销售一段时间后,甲款型全部售完,乙款型剩余一半,服装店决定对乙款型按标价的五折降价销售,很快全部售完,求售完这批T恤衫服装店共获利多少元?

**解:**(1)设乙种款型的T恤衫购进 $x$ 件,则甲种款型的T恤衫购进 $1.5x$ 件,依题意有 $\frac{7\ 800}{1.5x} + 30 = \frac{6\ 400}{x}$ ,

$$\text{解得 } x=40,$$

经检验, $x=40$ 是原分式方程的解,符合题意,

$$1.5x=60(\text{件}).$$

**答:**甲种款型的T恤衫购进60件,乙种款型的T恤衫购进40件;

$$(2) \frac{6\ 400}{x} = 160(\text{元}), 160-30=130(\text{元}),$$

$$130 \times 60\% \times 60 + 160 \times 60\% \times (40 \div 2) - 160 \times [1 - (1 + 60\%) \times 0.5] \times (40 \div 2)$$

$$= 4\ 680 + 1\ 920 - 640$$

$$= 5\ 960(\text{元}).$$

**答:**售完这批T恤衫服装店共获利5 960元.

#### 类型4 调运问题

8. (2015·铜仁)2015年5月,某县突降暴雨,造成山体滑坡,桥梁垮塌,房屋大面积受损,该省民政厅急需将一批帐篷送往灾区.现有甲、乙两种货车,已知甲种货车比乙种货车每辆车多装20件帐篷,且甲种货车装运1 000件帐篷所用车辆与乙种货车装运800件帐篷所用车辆相等.

(1)求甲、乙两种货车每辆车可装多少件帐篷;

(2)如果这批帐篷有1 490件,用甲、乙两种货车共16辆来装运,甲种车辆刚好装满,乙种车辆最后一辆只装了50件,其他装满,求甲、乙两种货车各有多少辆.

**解:**(1)设甲种货车每辆车可装 $x$ 件帐篷,乙种货车

$$\begin{cases} x=y+20, \\ \text{每辆车可装 } y \text{ 件帐篷,依题意有 } \frac{1\ 000}{x} = \frac{800}{y}, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x=100, \\ y=80. \end{cases} \text{经检验, } \begin{cases} x=100, \\ y=80 \end{cases} \text{是原方程组的解.}$$

**答:**甲种货车每辆车可装100件帐篷,乙种货车每辆车可装80件帐篷;

(2)设甲种货车有 $z$ 辆,则乙种货车有 $(16-z)$ 辆,依题意有 $100z + 80(16-z-1) + 50 = 1\ 490$ ,

$$\text{解得 } z=12,$$

$$16-z=16-12=4(\text{辆}).$$

**答:**甲种货车有12辆,乙种货车有4辆.

#### 类型5 工程问题

9. (2015·十堰)在我市开展“五城联创”活动中,某工程队承担了某小区900米长的污水管道改造任务.工程队在改造完360米管道后,引进了新设备,每天的工作效率比原来提高了20%,结果共用27天完成了任务,问引进新设备前工程队每天改造管道多少米?

**解:**设引进新设备前工程队每天改造管道 $x$ 米,由题意得 $\frac{360}{x} + \frac{900-360}{(1+20\%)x} = 27$ ,解得 $x=30$ ,

经检验, $x=30$ 是原分式方程的解,且符合题意,

**答:**引进新设备前工程队每天改造管道30米.

10. (2015·湖州)某工厂计划在规定时间内生产24 000个零件.若每天比原计划多生产30个零件,则在规定时间内可以多生产300个零件.

(1)求原计划每天生产的零件个数和规定的天数;

(2)为了提前完成生产任务,工厂在安排原有工人按原计划正常生产的同时,引进5组机器人生产流水线共同参与零件生产,已知每组机器人生产流水线每天生产零件的个数比20个工人原计划每天生产的





零件总数还多 20%. 按此测算, 恰好提前两天完成 24 000 个零件的生产任务, 求原计划安排的工人人数.

解: (1) 设原计划每天生产零件  $x$  个, 依题意有

$$\frac{24\,000}{x} = \frac{24\,000 + 300}{x + 30},$$

解得  $x = 2\,400$ ,

经检验,  $x = 2\,400$  是原方程的根, 且符合题意.

∴ 规定的天数为  $24\,000 \div 2\,400 = 10$  (天).

答: 原计划每天生产零件 2 400 个, 规定的天数是 10 天;

(2) 设原计划安排的工人人数为  $y$  人, 依题意有

$$\left[ 5 \times 20 \times (1 + 20\%) \times \frac{2\,400}{y} + 2\,400 \right] \times (10 - 2) = 24\,000,$$

解得  $y = 480$ ,

经检验,  $y = 480$  是原方程的根, 且符合题意.

答: 原计划安排的工人人数为 480 人.

11. (2014·梅州) 某校为美化校园, 计划对面积为  $1\,800\text{ m}^2$  的区域进行绿化, 安排甲、乙两个工程队完成. 已知甲队每天能完成绿化的面积是乙队每天能完成绿化的面积的 2 倍, 并且在独立完成面积为  $400\text{ m}^2$  区域的绿化时, 甲队比乙队少用 4 天.

- (1) 求甲、乙两工程队每天能完成绿化的面积分别是多少平方米;  
(2) 若学校每天需付给甲队的绿化费用为 0.4 万元, 乙队为 0.25 万元, 要使这次的绿化总费用不超过 8 万元, 至少应安排甲队工作多少天?

解: (1) 设乙工程队每天能完成绿化的面积是  $x\text{ m}^2$ ,

根据题意得  $\frac{400}{x} - \frac{400}{2x} = 4$ , 解得  $x = 50$ ,

经检验  $x = 50$  是原方程的解, 且符合题意,

则甲工程队每天能完成绿化的面积是  $50 \times 2 = 100(\text{m}^2)$ ,

答: 甲、乙两工程队每天能完成绿化的面积分别是  $100\text{ m}^2$ 、 $50\text{ m}^2$ ;

(2) 设应安排甲队工作  $y$  天, 根据题意得

$$0.4y + \frac{1\,800 - 100y}{50} \times 0.25 \leq 8,$$

解得  $y \geq 10$ ,

答: 至少应安排甲队工作 10 天.

## 类型 6 行程问题

12. (2015·丹东) 从甲市到乙市乘坐高速列车的路程为 180 千米, 乘坐普通列车的路程为 240 千米. 高速列车的平均速度是普通列车的平均速度的 3 倍. 高速列车的乘车时间比普通列车的乘车时间缩短了 2 小时. 高速列车的平均速度是每小时多少千米?

解: 设普通列车的平均速度是每小时  $x$  千米, 则高速列车的平均速度是每小时  $3x$  千米,

根据题意得  $\frac{240}{x} - \frac{180}{3x} = 2$ , 解得  $x = 90$ ,

经检验,  $x = 90$  是所列方程的根, 且符合题意, 则  $3x = 3 \times 90 = 270$  (千米).

答: 高速列车的平均速度为每小时 270 千米.

13. (2015·烟台) 2014 年 12 月 28 日“青烟威荣”城际铁路正式开通, 从烟台到北京的高铁里程比普快里程缩短了 81 千米, 运行时间减少了 9 小时, 已知烟台到北京的普快列车里程约为 1 026 千米, 高铁平均速度为普快平均速度的 2.5 倍.

- (1) 求高铁列车的平均速度;  
(2) 某日王老师要去距离烟台大约 630 千米的某市参加 14:00 召开的会议, 如果他买到当日 8:40 从烟台至该市的高铁票, 而且从该市火车站到会议地点最多需要 1.5 小时, 试问在高铁列车准点到达的情况下他能在开会之前到达吗?

解: (1) 设普快列车的平均速度为  $x$  千米/小时, 则高铁列车的平均速度为  $2.5x$  千米/小时,

由题意得  $\frac{1\,026}{x} - \frac{1\,026 - 81}{2.5x} = 9$ , 解得  $x = 72$ ,

经检验,  $x = 72$  是原分式方程的解, 且符合题意,

则  $2.5x = 180$  (千米/小时),

答: 高铁列车的平均速度为 180 千米/小时;

(2)  $630 \div 180 = 3.5$  (小时),

则坐车共需要  $3.5 + 1.5 = 5$  (小时).

王老师到达会议地点的时间为 1 点 40.

故他能在开会之前到达.

14. (2015·赤峰) 李老师家距学校 1 900 米, 某天他步行去上班, 走到路程的一半时发现忘带手机, 此时离上班时间还有 23 分钟, 于是他立刻步行回家取手机, 随后骑电瓶车返回学校. 已知李老师骑电瓶车到学校比他步行到学校少用 20 分钟, 且骑电瓶车的平均速度是步行速度的 5 倍, 李老师到家开门、取手机、启动电瓶车等共用 4 分钟.

- (1) 求李老师步行的平均速度;  
(2) 请你判断李老师能否按时上班, 并说明理由.

解: (1) 设李老师步行的平均速度为  $x$  米/分钟, 则骑电瓶车的平均速度为  $5x$  米/分钟,

由题意得  $\frac{1\,900}{x} - \frac{1\,900}{5x} = 20$ , 解得  $x = 76$ ,

经检验,  $x = 76$  是原分式方程的解, 且符合题意,

答: 李老师步行的平均速度为 76 米/分钟.

(2) 由(1)得,  $5x = 76 \times 5 = 380$  (米/分钟), 李老师走回家需要的时间为  $\frac{1\,900}{2 \times 76} = 12.5$  (分钟),

骑电瓶车到学校的时间为  $\frac{1\,900}{380} = 5$  (分钟),

则李老师从步行回家到骑电瓶车到学校所用的时间为:  $12.5 + 5 + 4 = 21.5$  (分钟),  $21.5 < 23$ ,

答: 李老师能按时上班.