



15.3 分式方程

第1课时 分式方程

名师点金

1. 分式方程的定义:分母中含有未知数的方程.
2. 列分式方程的步骤:(1)审清题意;(2)设未知数;(3)找到相等关系;(4)列分式方程.

I 夯实基础 · 逐点练 (点拨见 201 页)

随堂导练

知识点1 分式方程的定义

1. 预习完分式方程的概念,小丽举出了以下方程,你认为不是分式方程的是(**B**)

A. $\frac{1}{x} + x = 1$ B. $\frac{x}{3} + \frac{4x}{5} = 15$
C. $\frac{1}{x-1} = \frac{4}{x}$ D. $\frac{x^2-1}{x+1} = 2$

2. 下面说法中,正确的是(**C**)

- A. 分母中含有未知数的式子就是分式方程
B. 含有字母的方程叫做分式方程
C. 分式方程中,分母中一定含有未知数
D. 分式方程就是含有分母的方程

3. 下列关于 x 的方程是分式方程的是(**D**)

A. $\frac{3+x}{2} = 1 - \frac{x}{3}$ B. $\frac{x+1}{5+a} = 2+x$
C. $\frac{3+x}{\pi} + \frac{x}{2} = 1$ D. $\frac{5-x}{2+x} = 1$

4. 下列方程:① $\frac{x-3}{5} = 1$; ② $\frac{3}{x} = 2$; ③ $\frac{1+x}{5+x} = \frac{1}{2}$;

④ $\frac{x}{2} + \frac{2}{x^2+1} = 5$; ⑤ $\frac{x}{\pi} + \frac{x}{2\pi} = 4$. 其中是分式方程的有(**D**)

- A. ①② B. ②③
C. ③④ D. ②③④

5. 下列关于 x 的方程中,不是分式方程的是(**C**)

A. $\frac{1}{a} - \frac{a}{x} = \frac{1}{b} + \frac{b}{x}$ B. $\frac{1}{x+1} = \frac{1}{a-1}$
C. $\frac{x+n}{m} - 2 = \frac{x-m}{2}$ D. $\frac{a+1}{3} - \frac{4}{x} = 0$

知识点2 列分式方程

6. (2015·乌鲁木齐) 九年级学生去距学校 10 km 的博物馆参观,一部分学生骑自行车先走,过了 20 min 后,其余学生乘汽车出发,结果他们同时到达. 已知汽车的速度是骑车学生速度的 2 倍,求骑车学生的速度. 设骑车学生的速度为 x km/h, 则所列方程正确的是(**C**)

A. $\frac{10}{x} = \frac{10}{2x} - \frac{1}{3}$ B. $\frac{10}{x} = \frac{10}{2x} - 20$

C. $\frac{10}{x} = \frac{10}{2x} + \frac{1}{3}$ D. $\frac{10}{x} = \frac{10}{2x} + 20$

7. (2015·岳阳) 岳阳市某校举行运动会,从商场购买一定数量的笔袋和笔记本作为奖品. 若每个笔袋的价格比每个笔记本的价格多 3 元,且用 200 元购买笔记本的数量与用 350 元购买笔袋的数量相同. 设每个笔记本的价格为 x 元,则下列所列方程正确的是(**B**)

A. $\frac{200}{x} = \frac{350}{x-3}$ B. $\frac{200}{x} = \frac{350}{x+3}$
C. $\frac{200}{x+3} = \frac{350}{x}$ D. $\frac{200}{x-3} = \frac{350}{x}$

8. (2015·茂名) 张三和李四两人加工同一种零件,每小时张三比李四多加工 5 个零件,张三加工 120 个这种零件与李四加工 100 个这种零件所用时间相等,求张三和李四每小时各加工多少个这种零件? 若设张三每小时加工这种零件 x 个,则下面列出的方程正确的是(**B**)

A. $\frac{120}{x-5} = \frac{100}{x}$ B. $\frac{120}{x} = \frac{100}{x-5}$
C. $\frac{120}{x+5} = \frac{100}{x}$ D. $\frac{120}{x} = \frac{100}{x+5}$

9. (2015·辽阳) 从甲地到乙地有两条公路,一条是全长 450 公里的普通公路,一条是全长 330 公里的高速公路,某客车在高速公路上行驶的平均速度比在普通公路上快 35 公里/小时,由高速公路从甲地到乙地所需的时间是由普通公路从甲地到乙地所需时间的一半. 如果设该客车由高速公路从甲地到乙地所需时间为 x 小时,那么 x 满足的分式方程是(**D**)

A. $\frac{450}{x} = \frac{330}{x+35} \times 2$ B. $\frac{450}{x} = \frac{330}{2x} - 35$
C. $\frac{450}{x} - \frac{330}{2x} = 35$ D. $\frac{330}{x} - \frac{450}{2x} = 35$

易错点 题意理解不当而列错方程

10. 在课外活动跳绳时,相同时间内小林跳了 90 下,小群跳了 120 下,已知小群每分钟比小林多跳 20 下,设小林每分钟跳 x 下,则可列方程为 $\frac{90}{x} = \frac{120}{x+20}$.



II 整合方法·提升练 (点拨见 202 页)

课后导练

考查角度 1 利用分式方程的定义辨别分式方程

11. 下列方程中, 是分式方程的有 ②④⑤⑥. (填序号)

① $\frac{3-m}{5}=1$; ② $\frac{3}{x}+1=2$; ③ $\frac{x+y}{3}-1=5$; ④ $\frac{3+x}{1+x}=\frac{1}{3}$; ⑤ $\frac{y}{4}-\frac{5}{y}=1$; ⑥ $\frac{x-1}{x+1}=3$; ⑦ $\frac{1}{3}x^2-3x+1=0$; ⑧ $\frac{x}{10}-\frac{x+5}{2}=3$.

12. 请你用 $x-5, x+3, 7$ 组成三个分式方程.

解: 答案不唯一, 如: $\frac{7}{x-5}=x+3, \frac{x-5}{x+3}=7, \frac{7}{x+3}=x-5$.

考查角度 2 利用分式方程建立实际应用模型 (建模思想)

13. 赵强同学借了一本书, 共 280 页, 要在两周借期内读完, 当他读了一半时, 发现平均每天要多读 21 页才能在借期内读完. 设他读前一半时, 平均每天读 x 页, 下列方程中, 正确的是 (D)

A. $\frac{140}{x}+\frac{140}{x-21}=14$ B. $\frac{280}{x}+\frac{280}{x+21}=14$
C. $\frac{280}{x}+\frac{280}{x-21}=14$ D. $\frac{140}{x}+\frac{140}{x+21}=14$

14. (2015·遂宁) 遂宁市某生态示范园, 计划种植一批核桃, 原计划总产量达 36 万千克, 为了满足市场

需求, 现决定改良核桃品种, 改良后平均每亩产量是原计划的 1.5 倍, 总产量比原计划增加了 9 万千克, 种植亩数减少了 20 亩, 则原计划和改良后平均每亩产量各是多少万千克? 设原计划每亩平均产量为 x 万千克, 则改良后平均每亩产量为 $1.5x$ 万千克, 根据题意列方程为 (A)

A. $\frac{36}{x}-\frac{36+9}{1.5x}=20$ B. $\frac{36}{x}-\frac{36}{1.5x}=20$
C. $\frac{36+9}{1.5x}-\frac{36}{x}=20$ D. $\frac{36}{x}+\frac{36+9}{1.5x}=20$

15. (改编·青岛) 某校学生捐款支援地震灾区, 第一次捐款总额为 6 600 元, 第二次捐款总额为 7 260 元, 第二次捐款人数比第一次多 30 人, 而且两次人均捐款额恰好相等. 设第一次的捐款人数为 x , 根据题意列分式方程: $\frac{6\,600}{x}=\frac{7\,260}{x+30}$.

16. 南京青奥会开幕前, 某体育用品店预测某品牌运动服可能会畅销, 就用 32 000 元购进了一批这种运动服, 上市后很快脱销. 该店又用 68 000 元购进第二批运动服, 所购数量是第一批购进数量的 2 倍, 但每套进价多了 10 元. 该店第一次购进这种运动服多少套? (只列方程)

解: 设该店第一次购进这种运动服 x 套, 由题意得 $\frac{68\,000}{2x}-\frac{32\,000}{x}=10$.

III 探究培优·拓展练 (点拨见 202 页)

课后选练

拔尖角度 1 利用多角度建立实际应用模型

17. A, B 两地相距 135 km, 两辆汽车从 A 地开往 B 地, 大汽车比小汽车早出发 3 h, 小汽车比大汽车晚到 30 min. 已知小汽车与大汽车的速度比为 5:2, 请根据题意列出方程.

解: 设大汽车的速度为 $2x$ km/h, 则小汽车的速度为 $5x$ km/h, 根据题意得: $\frac{135}{2x}-\frac{135}{5x}=3-\frac{1}{2}$ (其他形式正确即可).

拔尖角度 2 利用待定系数法求分式方程中字母的值

18. 已知 $\frac{1}{(1+2x)(1+x^2)}=\frac{A}{1+2x}+\frac{Bx+C}{1+x^2}$, 求 A, B, C .

解: $\frac{A}{1+2x}+\frac{Bx+C}{1+x^2}=\frac{A(1+x^2)+(Bx+C)(1+2x)}{(1+2x)(1+x^2)}$
 $=\frac{(A+2B)x^2+(B+2C)x+A+C}{(1+2x)(1+x^2)}$
 $=\frac{1}{(1+2x)(1+x^2)}.$

$\therefore \begin{cases} A+2B=0, \\ B+2C=0, \\ A+C=1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} A=\frac{4}{5}, \\ B=-\frac{2}{5}, \\ C=\frac{1}{5}. \end{cases}$

教你一招

待定系数法: 在解决某些数学问题时, 按照一定规律, 先写出问题的解的形式 (一般是指一个算式、表达式或方程), 其中含有若干尚待确定的未知系数的值, 然后根据所给条件来确定这些未知系数, 从而得到问题的解的方法. 要判断一个问题是否能用待定系数法求解, 主要是看所求解的数学问题是否具有某种确定的数学表达式, 如果具有, 就可以用待定系数法求解.