



第6课时 整数指数幂——整数指数幂及其性质

名师点金

整数指数幂运算的“两点注意”:

- (1) **运算顺序**: 整数指数幂的运算按照正整数指数幂的运算顺序进行, 即先乘方, 再乘除, 最后算加减.
 (2) **运算结果**: 要把幂指数化为正整数.

I 夯实基础 · 逐点练 (点拨见 200 页)

随堂导练

知识点1 负整数指数幂

1. (2015 · 厦门) 2^{-3} 可以表示为(**A**)
 A. $2^2 \div 2^5$ B. $2^5 \div 2^2$
 C. $2^2 \times 2^5$ D. $(-2) \times (-2) \times (-2)$
2. (中考 · 泰安) $(-2)^{-2}$ 等于(**D**)
 A. -4 B. 4 C. $-\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{4}$
3. 计算: $(-\frac{1}{2})^{-1}$ 等于(**D**)
 A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2
4. 若 $(x-3)^0 - 2(3x-6)^{-2}$ 有意义, 则 x 的取值范围是(**B**)
 A. $x > 3$ B. $x \neq 3$ 且 $x \neq 2$
 C. $x \neq 3$ 或 $x \neq 2$ D. $x < 2$

知识点2 整数指数幂的运算性质

5. (2015 · 福州) 计算 $a \cdot a^{-1}$ 的结果为(**C**)
 A. -1 B. 0 C. 1 D. -a
6. (2015 · 河北) 下列运算正确的是(**D**)
 A. $(\frac{1}{2})^{-1} = -\frac{1}{2}$ B. $6 \times 10^7 = 6\ 000\ 000$
 C. $(2a)^2 = 2a^2$ D. $a^3 \cdot a^2 = a^5$
7. (2015 · 恩施) 下列运算结果正确的是(**C**)
 A. $x^6 \div x^2 = x^3$ B. $(-x)^{-1} = \frac{1}{x}$
 C. $(2x^3)^2 = 4x^6$ D. $-2a^2 \cdot a^3 = -2a^6$
8. (2015 · 咸宁) 下列运算正确的是(**D**)
 A. $a^6 \div a^2 = a^3$ B. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$
 C. $2^{-3} = -6$ D. $\sqrt[3]{-27} = -3$
9. 下列算式, 计算正确的有(**B**)
 ① $10^{-3} = 0.001$;
 ② $(0.000\ 1)^0 = 0.000\ 1$;
 ③ $3a^{-2} = \frac{1}{3a^2}$;
 ④ $(-x)^3 \div (-x)^5 = x^{-2}$.
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
10. 下列各式的计算中, 不正确的个数是(**B**)
 ① $10^0 \div 10^{-1} = 10$;

② $10^{-4} \times (2 \times 7)^0 = 1\ 000$;

③ $(-0.1)^0 \div (-2^{-1})^{-3} = 8$;

④ $(-10)^{-4} \div (-10^{-1})^{-4} = -1$.

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

11. 下列计算: ① $(-1)^0 = 1$; ② $(\frac{1}{4} - 0.25)^0 = 1$;

③ $(-1)^{-1} = -1$; ④ $(-x)^{-5} \div (-x)^{-3} = \frac{1}{x^2}$, 其中正

确的个数是(**C**)

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

12. 将 $(\frac{1}{6})^{-1}$, $(-2)^0$, $(-3)^2$ 这三个数按从小到大的顺序排列, 正确的是(**A**)

A. $(-2)^0 < (\frac{1}{6})^{-1} < (-3)^2$

B. $(\frac{1}{6})^{-1} < (-2)^0 < (-3)^2$

C. $(-3)^2 < (-2)^0 < (\frac{1}{6})^{-1}$

D. $(-2)^0 < (-3)^2 < (\frac{1}{6})^{-1}$

易错点1 忽视零指数幂和负整数指数幂成立的前提条件

13. 若 $(2x+4)^0 + 2(9-3x)^{-7}$ 有意义, 求 x 应满足的条件.

解: 由题意得 $\begin{cases} 2x+4 \neq 0, \\ 9-3x \neq 0, \end{cases}$ 即 $x \neq -2$ 且 $x \neq 3$.

易错点2 误用负整数指数幂的运算性质

14. 计算: (1) $(-\frac{3}{4})^{-2}$; (2) $(-3)^{-1}$; (3) 3^{-2} .

解: (1) $(-\frac{3}{4})^{-2} = \frac{1}{(-\frac{3}{4})^2} = \frac{1}{\frac{9}{16}} = \frac{16}{9}$;

(2) $(-3)^{-1} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$;

(3) $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$.

易错点3 因考虑问题不周全而出错

15. 若 $a^{-2} = 1$, 则 a 的值是 **2 或 1**.



II 整合方法·提升练 (点拨见 200 页)

课后导练

考查角度1 利用整数指数幂的运算性质计算

16. 计算:

$$(1) \frac{1}{4} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{3}\right)^0;$$

$$(2) (1.2 \times 10^{-4}) \div (2 \times 10^{-2});$$

$$(3) \left(\frac{1}{10}\right)^{-3} + \left(\frac{1}{30}\right)^{-2} \times (\pi-4)^0 - (-3)^3 \times 0.3^{-1} + |-25|.$$

解: (1) 原式 = $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} - 1 = -\frac{15}{16};$

(2) 原式 = $(1.2 \div 2) \times (10^{-4} \div 10^{-2}) = 0.6 \times 10^{-2} = 0.006;$

(3) 原式 = $1\,000 + 900 \times 1 - (-27) \times \frac{10}{3} + 25 = 2\,015.$

考查角度2 利用整数指数幂的运算性质化简

17. 计算下列各式, 并把结果化为只含有正整数次幂的形式:

$$(1) a^{-2}b^2 \cdot (-2a^2b^{-2})^{-2} \div (a^{-4}b^2);$$

$$(2) \left(\frac{a^{-2}}{b^3}\right)^3 \div \left(\frac{a^{-2}}{b^3}\right)^2 \cdot \left(\frac{a^{-2}}{b^3}\right)^{-4}.$$

解: (1) 原式 = $a^{-2}b^2 \cdot \frac{1}{4}a^{-4}b^4 \cdot a^4b^{-2} = \frac{1}{4}a^{-2}b^4 = \frac{b^4}{4a^2};$

(2) 原式 = $\left(\frac{a^{-2}}{b^3}\right)^{3-2+(-4)} = \left(\frac{a^{-2}}{b^3}\right)^{-3} = \frac{a^6}{b^{-9}} = a^6b^9.$

考查角度3 利用整数指数幂的运算性质解与非负数综合问题

18. 已知 $|x+y-3| + (x-y-1)^2 = 0$, 求 $\frac{1}{2}[(-x^{-2} \cdot y)^2]^{-3}$ 的值.

解: 因为 $|x+y-3| + (x-y-1)^2 = 0$, 所以 $x+y-3=0, x-y-1=0$. 所以 $x=2, y=1$. 因为 $\frac{1}{2}[(-x^{-2} \cdot y)^2]^{-3} = \frac{1}{2}(-x^{-2}y)^{-6} = \frac{x^{12}}{2y^6}$. 所以当 $x=2, y=1$ 时, 原式 = $\frac{2^{12}}{2} = 2\,048.$

考查角度4 利用整数指数幂的运算性质求式子的值

19. (1) 已知 $a+a^{-1}=3$, 则 a^2+a^{-2} 等于 (A)

A. 7

B. 9

C. 1

D. 11

(2) 已知 $x^{-m}=2, y^n=3$, 则 $(x^{-2m}y^{-n})^{-4}$ 的值是 $\frac{81}{256}$.

20. 已知 $10^{-2a}=3, 10^{-\beta}=-\frac{1}{5}$, 求 $10^{6a+2\beta}$ 的值.

解: $\because 10^{-2a} = \frac{1}{10^{2a}} = 3, 10^{-\beta} = \frac{1}{10^{\beta}} = -\frac{1}{5},$

$\therefore 10^{2a} = \frac{1}{3}, 10^{\beta} = -5.$

$\therefore 10^{6a+2\beta} = (10^{2a})^3 \cdot (10^{\beta})^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times (-5)^2 = \frac{1}{27} \times 25 = \frac{25}{27}.$

21. 已知 $a^2-3a+1=0$, 求: (1) $a+a^{-1}$ 的值;

(2) a^2+a^{-2} 的值.

解: $\because a^2-3a+1=0, \therefore a \neq 0, a^2+1=3a.$

$\therefore a+a^{-1}=3.$

(1) $a+a^{-1}=3; (2) a^2+a^{-2} = (a+a^{-1})^2 - 2 = 7.$

III 探究培优·拓展练 (点拨见 201 页)

课后选练

拔尖角度1 利用整数指数幂的运算性质求指数中字母的值 (分类讨论思想)

22. 已知 $(2x-1)^{x+2}=1$, 求整数 x 的值.

解: 分三种情况讨论: (1) 因为 1 的任何次幂都是 1, 所以 $2x-1=1$, 解得 $x=1$;

(2) 因为任何不等于零的数的零次幂都等于 1, 所以有

$$\begin{cases} 2x-1 \neq 0, \\ x+2=0, \end{cases} \text{ 解得 } x=-2;$$

(3) 因为 -1 的偶次幂等于 1, 所以 $\begin{cases} 2x-1=-1, \\ x+2 \text{ 为偶数,} \end{cases}$

解得 $x=0$. 综上所述, 整数 x 的值是 -2, 0 或 1.

拔尖角度2 利用阅读探究特殊式子的运算规律

23. 阅读材料, 求 $1+2^{-1}+2^{-2}+\dots+2^{-2\,016}$ 的值.

解: 设 $S=1+2^{-1}+2^{-2}+\dots+2^{-2\,016},$

则 $2S=2+1+2^{-1}+\dots+2^{-2\,015},$

②-①得 $S=2-2^{-2\,016}.$

请你仿此计算:

(1) $1+3^{-1}+3^{-2}+\dots+3^{-2\,016};$

(2) $1+3^{-1}+3^{-2}+\dots+3^{-n}.$

解: (1) 设 $M=1+3^{-1}+3^{-2}+\dots+3^{-2\,016},$ ①

则 $3M=3+1+3^{-1}+\dots+3^{-2\,015},$ ②

②-①得 $2M=3-3^{-2\,016},$ 即 $M=\frac{3-3^{-2\,016}}{2}.$

(2) 设 $N=1+3^{-1}+3^{-2}+\dots+3^{-n},$ ①

则 $3N=3+1+3^{-1}+\dots+3^{-n+1},$ ②

②-①得 $2N=3-3^{-n},$ 即 $N=\frac{3-3^{-n}}{2}.$

教你一招

求负整数指数幂的方法:

(1) 负整数指数幂的变形: $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$ ($a \neq 0, n$ 是正整数). (2) 底数为正数的任何次幂都为正数; 底数为负数的奇次幂是负数, 偶次幂是正数. (3) 运算结果要化为正整数指数幂.