



第3课时 分式的加减——同分母的分式相加减

名师点金

同分母分式加减的“两种类型”:

(1)分母相同,直接按照法则进行计算.

(2)分母互为相反数,同时改变分式及分母的符号,变成同分母分式,再按照法则进行计算.

I 夯实基础·逐点练 (点拨见198页)

随堂导练

知识点1 同分母分式的加减

1. (2015·济南) 计算 $\frac{m^2}{m-3} - \frac{9}{m-3}$ 的结果是(A)

A. $m+3$

B. $m-3$

C. $\frac{m-3}{m+3}$

D. $\frac{m+3}{m-3}$

2. 下列计算正确的是(A)

A. $\frac{x^2}{x+1} + \frac{x}{x+1} = x$

B. $\frac{y}{2x} + \frac{y}{2x} = \frac{2y}{x}$

C. $\frac{x}{2y} - \frac{x-1}{2y} = \frac{-1}{2y}$

D. $\frac{1}{x-y} - \frac{1}{y-x} = 0$

3. (中考·济南) 计算 $\frac{2x}{x+3} + \frac{6}{x+3}$, 其结果是(A)

A. 2

B. 3

C. $x+2$

D. $2x+6$

4. 计算 $\frac{|x-2|}{x-2} + \frac{|2-x|}{x-2}$ 的结果是(D)

A. 0

B. 2

C. -2

D. 2 或 -2

5. 计算:

(1) (2015·昆明) $\frac{3a+2b}{a^2-b^2} - \frac{a}{a^2-b^2} = \frac{2}{a-b}$;

(2) (2015·泉州) $\frac{2a-1}{a} + \frac{1}{a} = \frac{2}{a}$;

(3) $\frac{x^2}{xy} - \frac{x}{y} = 0$.

知识点2 分母互为相反数的分式的加减

6. (2015·绍兴) 计算 $\frac{x^2}{x-1} + \frac{1}{1-x}$ 的结果是(A)

A. $x+1$

B. $\frac{1}{x+1}$

C. $x-1$

D. $\frac{x}{x-1}$

7. $\frac{3m-n}{(m-n)^2} - \frac{m+n}{(n-m)^2}$ 等于(D)

A. $\frac{2m+2n}{(m-n)^2}$

B. $\frac{2m}{(m-n)^2}$

C. $\frac{4m}{(m-n)^2}$

D. $\frac{2}{m-n}$

8. 下列计算正确的是(D)

A. $\frac{2}{m} + \frac{1}{-m} = \frac{3}{m}$

B. $\frac{2}{y+2} - \frac{1+y}{2+y} = \frac{1+y}{y+2}$

C. $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{b-a} = 1$

D. $\frac{a}{(a-b)^2} - \frac{b}{(b-a)^2} = \frac{1}{a-b}$

9. (2015·江西) 下列运算正确的是(C)

A. $(2a^2)^3 = 6a^6$

B. $-a^2b^2 \cdot 3ab^3 = -3a^2b^5$

C. $\frac{b}{a-b} + \frac{a}{b-a} = -1$

D. $\frac{a^2-1}{a} \cdot \frac{1}{a+1} = -1$

10. 计算:

(1) (2015·福州) $\frac{(a+b)^2}{a^2+b^2} - \frac{2ab}{a^2+b^2}$;

(2) $\frac{x+y}{y-x} + \frac{y}{x-y} - \frac{2x-y}{y-x}$.

解:(1) 原式 $= \frac{a^2+b^2+2ab-2ab}{a^2+b^2} = 1$.

(2) 原式 $= \frac{-x-y}{x-y} + \frac{y}{x-y} + \frac{2x-y}{x-y}$
 $= \frac{-x-y+y+2x-y}{x-y} = \frac{x-y}{x-y} = 1$.

11. (2015·漳州) 先化简: $\frac{m^2}{m-1} - \frac{1-2m}{1-m}$, 再选取一个适当的 m 的值代入求值.

解: 原式 $= \frac{m^2}{m-1} + \frac{1-2m}{m-1}$
 $= \frac{m^2-2m+1}{m-1}$
 $= \frac{(m-1)^2}{m-1}$
 $= m-1$.

当 $m=2$ 时, 原式 $= 2-1=1$.

易错点 分子相加减时易忽视分数线有括号作用

12. 计算: $\frac{x+3y}{x^2-y^2} - \frac{x+2y}{x^2-y^2} + \frac{2x-3y}{x^2-y^2}$.

解: 原式 $= \frac{x+3y-x-2y+2x-3y}{x^2-y^2} = \frac{2x-2y}{x^2-y^2} = \frac{2}{x+y}$.



II 链接中考 · 真题练 (点拨见 198 页)

课后导练

命题角度 1 利用分式的运算法则进行分式的混合运算

13. 计算: (1) (2015 · 巴中) $\frac{2a}{a+1} - \frac{2a-4}{a^2-1} \div \frac{a-2}{a^2-2a+1}$;

(2) (2014 · 扬州) $\frac{2x}{x+1} - \frac{2x+6}{x^2-1} \div \frac{x+3}{x^2-2x+1}$.

解: (1) 原式 = $\frac{2a}{a+1} - \frac{2(a-2)}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{(a-1)^2}{a-2}$
= $\frac{2a}{a+1} - \frac{2(a-1)}{a+1}$
= $\frac{2}{a+1}$.

(2) 原式 = $\frac{2x}{x+1} - \frac{2(x+3)}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{x+3}$
= $\frac{2x}{x+1} - \frac{2(x-1)}{x+1}$
= $\frac{2}{x+1}$.

命题角度 2 利用分式的运算巧求分式的值

技巧 1 化简后求值

14. (2015 · 遵义) 先化简, 再求值:

$$\frac{3a-3}{a} \div \frac{a^2-2a+1}{a^2} - \frac{a}{a-1}, \text{ 其中 } a=2.$$

解: $\frac{3a-3}{a} \div \frac{a^2-2a+1}{a^2} - \frac{a}{a-1} = \frac{3(a-1)}{a} \cdot \frac{a^2}{(a-1)^2}$
= $\frac{a}{a-1} = \frac{3a}{a-1} - \frac{a}{a-1} = \frac{2a}{a-1}$, 当 $a=2$ 时, 原式 = $\frac{2 \times 2}{2-1} = 4$.

技巧 2 变号后化简求值

15. (2015 · 安徽) 先化简, 再求值:

$$\left(\frac{a^2}{a-1} + \frac{1}{1-a} \right) \cdot \frac{1}{a}, \text{ 其中 } a = -\frac{1}{2}.$$

解: 原式 = $\left(\frac{a^2}{a-1} - \frac{1}{a-1} \right) \cdot \frac{1}{a} = \frac{(a+1)(a-1)}{a-1} \cdot \frac{1}{a}$
= $\frac{1}{a} = \frac{a+1}{a}$, 当 $a = -\frac{1}{2}$ 时, 原式 = -1 .

III 探究培优 · 拓展练 (点拨见 198 页)

课后选练

拔尖角度 1 利用指定条件计算求值16. 已知 $M = \frac{2xy}{x^2-y^2}$, $N = \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$, $P = \frac{4xy}{y^2-x^2}$, 用“+”或“-”连接 M, N, P 有多种不同的形式, 如: $M+N-P$. 请你任选一种进行计算, 并化简求值, 其中 $x:y=5:2$.

解: 答案不唯一, 化简求值正确即可.

例如: $M+N+P = \frac{2xy}{x^2-y^2} + \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} - \frac{4xy}{x^2-y^2} =$
 $\frac{x^2-2xy+y^2}{x^2-y^2} = \frac{(x-y)^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{x-y}{x+y}$.

当 $x:y=5:2$ 时, $x = \frac{5}{2}y$, 代入得原式 = $\frac{\frac{5}{2}y-y}{\frac{5}{2}y+y} =$

$$\frac{\frac{3}{2}y}{\frac{7}{2}y} = \frac{3}{7}.$$

拔尖角度 2 利用补项转化法巧求分式的值 (整体思想)17. 已知 $abc \neq 0$ 且 $a+b+c=0$, 求 $a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 的值.解: 方法一: $\because abc \neq 0, \therefore a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$.

$$\therefore \text{原式} = a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) - 3 = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)(a+b+c) - 3.$$

 $\because a+b+c=0, \therefore \text{原式} = -3$.

方法二: $a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = \frac{a}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{c} + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} + \frac{c}{b} = \left(\frac{a}{c} + \frac{b}{c}\right) + \left(\frac{b}{a} + \frac{c}{a}\right) + \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{b}\right) = \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{a+c}{b}$, $\because a+b+c=0$,

$$\therefore -a=b+c, -b=a+c, -c=a+b, \therefore \text{原式} = \frac{-c}{c} + \frac{-a}{a} + \frac{-b}{b} = -3.$$

教你一招

1. 同分母分式的加减法运算, 要把每一个分子看作一个整体, 加上括号, 避免出现符号错误.
2. 分母互为相反数的分式加减法, 应先通过分式的符号法则变成同分母后, 再加减.
3. 分式运算结果要化成最简分式或整式.