



第②课时 分式的乘除——分式的乘方运算

名师点金

分式乘方的步骤:

第一步:分式乘方时,先确定乘方结果的符号,它和实数乘方确定符号的方法相同:正数的任何次方都是正数;负数的偶次方为正数,奇次方为负数.

第二步:利用积的乘方法则,对分子、分母分别乘方.

I 夯实基础·逐点练 (点拨见198页)

随堂导练

知识点1 分式的乘方

1. 计算 $\left(\frac{2b}{3a^3}\right)^2$ 的结果是(**D**)

A. $\frac{4b}{9a^2}$ B. $\frac{4b^2}{6a^6}$ C. $\frac{4b^2}{9a^5}$ D. $\frac{4b^2}{9a^6}$

2. 计算 $\left(-\frac{x^2}{y}\right)^2$ 的结果是(**A**)

A. $\frac{x^4}{y^2}$ B. $-\frac{x^4}{y^2}$ C. $\frac{x^4}{y}$ D. $-\frac{x^4}{y}$

3. 与 $\left(-\frac{m+n}{3a^2}\right)^2$ 相等的式子是(**C**)

A. $-\frac{(m+n)^2}{6a^2}$ B. $\frac{(m+n)^2}{6a^2}$
C. $\frac{(m+n)^2}{9a^4}$ D. $\frac{m^2+n^2}{9a^4}$

4. (2015·山西)下列运算错误的是(**B**)

A. $\left(\frac{1}{2}\right)^0=1$ B. $x^2+x^2=2x^4$
C. $|a|=|-a|$ D. $\left(\frac{b}{a^2}\right)^3=\frac{b^3}{a^6}$

5. 下列计算正确的是(**A**)

A. $\left(\frac{a}{b}\right)^m=\frac{a^m}{b^m}$ B. $\left(\frac{a+b}{a}\right)^2=\frac{a^2+b^2}{a^2}$
C. $\left(-\frac{y^3}{x^2}\right)^3=\frac{y^6}{x^9}$ D. $\left(\frac{2x}{3y}\right)^4=\frac{8x^4}{12y^4}$

6. 计算: $\left(-\frac{2x^2}{y}\right)^2=\frac{4x^4}{y^2}$.

7. 计算: $\left(-\frac{2a^2b}{3c}\right)^3=-\frac{8a^6b^3}{27c^3}$.

知识点2 分式乘方与分式乘除混合运算

8. 计算 $\left(-\frac{n^2}{2m}\right) \cdot \left(\frac{m}{n}\right)^2$ 的结果是(**C**)

A. $-\frac{mn}{2}$ B. $\frac{mn}{2}$ C. $-\frac{m}{2}$ D. $\frac{m}{2}$

9. 若 $\left(\frac{a^2}{b}\right)^2 \div \left(\frac{a}{b^2}\right)^2=3$,则 a^4b^4 的值是(**B**)

A. 6 B. 9 C. 12 D. 81

10. 计算 $\left(-\frac{2a}{b^2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2b}{a}\right)^2 \div \left(-\frac{2b}{a}\right)^2$ 的结果是(**B**)

A. $-\frac{8a}{b^6}$ B. $-\frac{8a^3}{b^6}$ C. $\frac{16a^2}{b^6}$ D. $-\frac{16a^2}{b^6}$

11. 计算: $\left(-\frac{a^2}{b^3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{b^2}{a}\right)^3=-a$.

12. 计算: $\left(-\frac{y}{2ax}\right)^2 \div \frac{y^3}{4x}=\frac{1}{a^2xy}$.

13. 计算: $\frac{m}{n} \cdot \left(\frac{2n}{m}\right)^2 \div \frac{n}{m}=4$.

14. 如果 $\left(\frac{x}{a}\right)^2=\frac{x^2}{y^4}$,那么 a 与 y 之间的关系为 $a=\pm y^2$.

15. 计算:

(1) $4a^2b \div \left(-\frac{a}{2b}\right)^2 \cdot \left(-\frac{b}{8a}\right)$;

(2) $\left(\frac{a^2b}{-c}\right)^3 \cdot \left(\frac{c^2}{-ab}\right)^2 \div \left(\frac{bc}{a}\right)^4$;

(3) $\left(\frac{a^2-b^2}{ab}\right)^2 \cdot \left(\frac{a}{a-b}\right)^3$.

解:(1) $4a^2b \div \left(-\frac{a}{2b}\right)^2 \cdot \left(-\frac{b}{8a}\right)$

$=4a^2b \div \frac{a^2}{4b^2} \cdot \left(-\frac{b}{8a}\right)$

$=4a^2b \cdot \frac{4b^2}{a^2} \cdot \left(-\frac{b}{8a}\right)$

$=-\frac{2b^4}{a}$;

(2) $\left(\frac{a^2b}{-c}\right)^3 \cdot \left(\frac{c^2}{-ab}\right)^2 \div \left(\frac{bc}{a}\right)^4 = \frac{a^6b^3}{-c^3} \cdot \frac{c^4}{a^2b^2} \cdot \frac{a^4}{b^4c^4}$

$=-\frac{a^8}{b^3c^3}$;

(3) $\left(\frac{a^2-b^2}{ab}\right)^2 \cdot \left(\frac{a}{a-b}\right)^3 =$

$\frac{(a+b)^2(a-b)^2}{a^2b^2} \cdot \frac{a^3}{(a-b)^3} = \frac{a(a+b)^2}{b^2(a-b)}$.

易错点 弄错分式乘方的意义和运算顺序而出错

16. 计算: $\left(\frac{a^2b}{-cd^3}\right)^3 \div \frac{2a}{d^3} \cdot \left(\frac{c}{2a}\right)^2$.

解:原式 $=-\frac{a^6b^3}{c^3d^9} \cdot \frac{d^3}{2a} \cdot \frac{c^2}{4a^2} = -\frac{a^3b^3}{8cd^6}$.



II 整合方法 · 提升练 (点拨见 198 页)

课后导练

考查角度1 分式乘方与乘除混合运算

17. 计算:

(1) $\left(-\frac{1}{2a}\right) \div \left(\frac{2a}{b}\right)^2 \times \frac{3b^2}{a^2} \div (-2a^2b)^3$;

(2) $\left(\frac{x^2-y^2}{xy}\right)^2 \div (x+y) \cdot \left(\frac{x}{x-y}\right)^3$.

解: (1) $\left(-\frac{1}{2a}\right) \div \left(\frac{2a}{b}\right)^2 \times \frac{3b^2}{a^2} \div (-2a^2b)^3$

$$= \left(-\frac{1}{2a}\right) \times \frac{b^2}{4a^2} \times \frac{3b^2}{a^2} \div (-8a^6b^3)$$

$$= \frac{1}{2a} \times \frac{b^2}{4a^2} \times \frac{3b^2}{a^2} \times \frac{1}{8a^6b^3}$$

$$= \frac{3b}{64a^{11}};$$

(2) $\left(\frac{x^2-y^2}{xy}\right)^2 \div (x+y) \cdot \left(\frac{x}{x-y}\right)^3$

$$= \frac{(x+y)^2(x-y)^2}{x^2y^2} \cdot \frac{1}{x+y} \cdot \frac{x^3}{(x-y)^3}$$

$$= \frac{x(x+y)}{y^2(x-y)} = \frac{x^2+xy}{xy^2-y^3}.$$

考查角度2 利用分式乘除和乘方运算化简求值

18. 先化简, 后求值:

$$\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2 \cdot \frac{2a-2b}{3a+3b} \div \frac{ab}{a^2-b^2}, \text{ 其中 } a=2, b=-1.$$

解: $\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2 \cdot \frac{2a-2b}{3a+3b} \div \frac{ab}{a^2-b^2}$

$$= \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} \cdot \frac{2(a-b)}{3(a+b)} \cdot \frac{(a+b)(a-b)}{ab}$$

$$= \frac{2(a+b)^2}{3ab}.$$

当 $a=2, b=-1$ 时, 原式 $= -\frac{1}{3}$.

19. 已知: $\frac{a}{b} = -\frac{2}{3}$, 求 $\left(\frac{a^2-b^2}{ab}\right)^2 \div \left[(a+b) \cdot \left(\frac{a-b}{a}\right)^3\right] \div \frac{a}{b^2}$ 的值.

解: $\left(\frac{a^2-b^2}{ab}\right)^2 \div \left[(a+b) \cdot \left(\frac{a-b}{a}\right)^3\right] \div \frac{a}{b^2}$

$$= \frac{(a+b)^2(a-b)^2}{a^2b^2} \div \frac{(a+b)(a-b)^3}{a^3} \div \frac{a}{b^2}$$

$$= \frac{(a+b)^2(a-b)^2}{a^2b^2} \cdot \frac{a^3}{(a+b)(a-b)^3} \cdot \frac{b^2}{a}$$

$$= \frac{a+b}{a-b}.$$

当 $\frac{a}{b} = -\frac{2}{3}$ 时, 设 $a = -2k, b = 3k (k \neq 0)$, 则原式 =

$$\frac{-2k+3k}{-2k-3k} = -\frac{1}{5}.$$

III 探究培优 · 拓展练 (点拨见 198 页)

课后选练

拔尖角度1 利用非负数的性质求分式的乘方的值

20. 已知 $a^2 + 10a + 25 = -|b-3|$, 求 $\left(\frac{b^2}{a-b}\right)^2 \cdot \frac{a^3+ab^2-2a^2b}{b^3} \div \frac{b^2-a^2}{ab+b^2}$ 的值.

$$\frac{a^3+ab^2-2a^2b}{b^3} \div \frac{b^2-a^2}{ab+b^2} \text{ 的值.}$$

解: 由已知条件得 $(a+5)^2 + |b-3| = 0$.

所以 $a = -5, b = 3$.

原式 $= \frac{b^4}{(a-b)^2} \cdot \frac{a(a-b)^2}{b^3} \cdot \frac{b(a+b)}{-(a+b)(a-b)} =$

$$= -\frac{ab^2}{a-b}.$$

所以, 当 $a = -5, b = 3$ 时, 原式 $= -\frac{-5 \times 3^2}{-5-3} = -\frac{45}{8}$.

拔尖角度2 利用分式的乘方探究分式的求值问题

21. 有这样一道题:

“计算 $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \div \frac{x-1}{x^2+x} \div \left(\frac{1}{x}\right)^3$ 的值, 其中 $x=2$ ”,

小明同学把 $x=2$ 错抄为 $x=-2$, 但是他计算的结果也是正确的, 你说这是怎么回事?

解: $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \div \frac{x-1}{x^2+x} \div \left(\frac{1}{x}\right)^3$

$$= \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x(x+1)}{x-1} \cdot x^3$$

$$= x^4.$$

所以, 当 $x=2$ 或 -2 时, 原式的值都等于 16.