



第2课时 分式的基本性质

名师点金

约分的方法:

- (1) **关键步骤——确定分子和分母的公因式:**若分子和分母都是单项式,则公因式是它们系数的最大公约数和相同字母的最低次幂的积;若分子和分母中至少有一个是多项式,则先分解因式,再约分.
- (2) **方法:**把分子和分母写成公因式与非公因式乘积的形式,约去公因式,结果保留最简分式或整式.

I 夯实基础 · 逐点练 (点拨见 196 页)

随堂导练

知识点1 分式的基本性质

1. 写出下列等式中所缺的分子或分母.

(1) $\frac{1}{ab} = \frac{(\text{ } bc)}{ab^2c} (c \neq 0);$

(2) $\frac{m}{a-b} = \frac{(\text{ } ma+mb)}{a^2-b^2} (a \neq -b);$

(3) $\frac{x}{x(x-y)} = \frac{1}{(\text{ } x-y)}.$

2. 下列式子从左到右的变形一定正确的是 (C)

A. $\frac{a+3}{b+3} = \frac{a}{b}$

B. $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$

C. $\frac{3a}{3b} = \frac{a}{b}$

D. $\frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}$

3. 如果把 $\frac{5x}{x+y}$ 中的 x 与 y 都扩大到原来的 20 倍,那么
这个式子的值 (A)

A. 不变

B. 扩大到原来的 10 倍

C. 扩大到原来的 20 倍

D. 缩小到原来的 $\frac{1}{20}$ 4. 若把分式 $\frac{x+y}{2xy}$ 中的 x 和 y 都扩大到原来的 10 倍,则
分式的值 (C)

A. 扩大到原来的 10 倍

B. 不变

C. 缩小到原来的 $\frac{1}{10}$ D. 缩小到原来的 $\frac{1}{20}$ 5. (2015 · 东营) 若 $\frac{y}{x} = \frac{3}{4}$, 则 $\frac{x+y}{x}$ 的值为 (D)

A. 1

B. $\frac{4}{7}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{7}{4}$ 6. 若 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2$, 则分式 $\frac{4x+5xy-4y}{x-3xy-y}$ 的值等于 (B)A. $-\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $-\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

知识点2 分式的符号法则

7. 填上分母,使等式成立:

$$\frac{-x^2+3}{2x^2-3x+2} = \frac{x^2-3}{(\text{ } -2x^2+3x-2)}.$$

8. (2014 · 无锡) 分式 $\frac{2}{2-x}$ 可变形为 (D)

A. $\frac{2}{2+x}$

B. $-\frac{2}{2+x}$

C. $\frac{2}{x-2}$

D. $-\frac{2}{x-2}$

9. (2015 · 丽水) 分式 $-\frac{1}{1-x}$ 可变形为 (D)

A. $-\frac{1}{x-1}$

B. $\frac{1}{1+x}$

C. $-\frac{1}{1+x}$

D. $\frac{1}{x-1}$

10. (中考 · 淄博) 下列运算错误的是 (D)

A. $\frac{(a-b)^2}{(b-a)^2} = 1$

B. $\frac{-a-b}{a+b} = -1$

C. $\frac{0.5a+b}{0.2a-0.3b} = \frac{5a+10b}{2a-3b}$

D. $\frac{a-b}{a+b} = \frac{b-a}{b+a}$

知识点3 约分

11. 已知 $\frac{2ab^2}{4a^2b}$, 则分子与分母的公因式是 (B)

A. $4ab$

B. $2ab$

C. $4a^2b^2$

D. $2a^2b^2$

12. (2014 · 赤峰) 化简 $\frac{a^2b-ab^2}{b-a}$ 正确的是 (B)

A. ab

B. $-ab$

C. a^2-b^2

D. b^2-a^2

13. (2015 · 河北) 若 $a=2b \neq 0$, 则 $\frac{a^2-b^2}{a^2-ab}$ 的值为 1.5.

知识点4 最简分式

14. 下列分式中, (C) 是最简分式

A. $\frac{4}{2x}$

B. $\frac{ab^2}{a^2b}$

C. $\frac{x}{x+y}$

D. $\frac{x^2-4}{x-2}$

15. 下列各式中, 是最简分式的是 ②⑤. (填序号)

① $\frac{x^2-y^2}{(x+y)^2}$; ② $\frac{x+2}{x-2}$; ③ $-\frac{ab}{a^2}$; ④ $\frac{a+b}{a^2+ab}$; ⑤ $\frac{x^2}{x^2+1}$.

16. 已知四张卡片上面分别写着 $6, x+1, x^2-1, x-1$,
从中任意选两个整式, 其中能组成最简分式的有
5 个.

易错点 讨论分式有无意义时, 因盲目先约分而出错

17. 当 x 为何值时, 分式 $\frac{x+2}{x^2-4}$ 有意义?解: 由 $x^2-4 = (x+2)(x-2) \neq 0$, 得 $x \neq -2$
且 $x \neq 2$.所以, 当 $x \neq -2$ 且 $x \neq 2$ 时, 分式 $\frac{x+2}{x^2-4}$ 有意义.



II 整合方法·提升练 (点拨见 197 页)

课后导练

考查角度1 利用分式的基本性质将字母的系数化整

18. 不改变分式的值,把下列各式的分子、分母中各项系数都化为整数:

$$(1) \frac{0.2x+y}{0.02x-0.5y}; \quad (2) \frac{\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}y}{\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y}.$$

解: (1) $\frac{0.2x+y}{0.02x-0.5y} = \frac{(0.2x+y) \times 50}{(0.02x-0.5y) \times 50}$
 $= \frac{10x+50y}{x-25y};$

(2) $\frac{\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}y}{\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y} = \frac{(\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}y) \times 12}{(\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y) \times 12} = \frac{4x+3y}{6x-4y}.$

考查角度2 利用分式的基本性质化简(求值)

19. 先化简,再求值:

$$\frac{3x^2-xy}{9x^2-6xy+y^2}, \text{ 其中 } x=\frac{4}{3}, y=-\frac{2}{3}.$$

解: 原式 $= \frac{x(3x-y)}{(3x-y)^2} = \frac{x}{3x-y}.$

当 $x=\frac{4}{3}, y=-\frac{2}{3}$ 时, 原式 $= \frac{\frac{4}{3}}{4+\frac{2}{3}} = \frac{2}{7}.$

考查角度3 利用分式的基本性质辨析说理

20. 对分式 $\frac{a^2-b^2}{a+b}$ 的变形:

甲同学的解法是: $\frac{a^2-b^2}{a+b} = \frac{(a+b)(a-b)}{a+b} = a-b;$

乙同学的解法是: $\frac{a^2-b^2}{a+b} = \frac{(a^2-b^2)(a-b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{(a^2-b^2)(a-b)}{a^2-b^2} = a-b.$

请判断甲、乙两同学的解法是否正确,并说明理由.

解: 甲同学的解法正确.

乙同学的解法不正确.

理由: 乙同学在进行分式的变形时,分子、分母同乘 $a-b$, 而 $a-b$ 可能为 0, 所以乙同学的解法不正确.

考查角度4 利用分式的基本性质解阅读题(类比法)

21. 阅读材料:

已知: $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} \neq 0$, 求 $\frac{x+y-z}{x-y+z}$ 的值.

解: 设 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} = k (k \neq 0)$, 则 $x=3k, y=4k, z=6k.$ (第一步)

所以 $\frac{x+y-z}{x-y+z} = \frac{3k+4k-6k}{3k-4k+6k} = \frac{k}{5k} = \frac{1}{5}.$ (第二步)

(1) 回答下列问题.

① 第一步运用了 等式 的基本性质.

② 第二步的解题过程运用了 代入消元 的方法, 由 $\frac{k}{5k}$ 得 $\frac{1}{5}$, 是对分式进行了 约分.

(2) 模仿材料解题:

已知 $x:y:z=2:3:4$, 求 $\frac{x+y+z}{x-2y+3z}$ 的值.

解: $\because x:y:z=2:3:4, \therefore$ 设 $x=2k, y=3k, z=4k$
 $(k \neq 0), \therefore \frac{x+y+z}{x-2y+3z} = \frac{2k+3k+4k}{2k-6k+12k} = \frac{9k}{8k} = \frac{9}{8}.$

III 探究培优·拓展练 (点拨见 197 页)

课后选练

拔尖角度1 利用因式分解凑已知条件巧求分式的值

(整体思想)

22. (1) 已知 $x+y=2, x-y=\frac{1}{2}$, 求分式 $\frac{2x^2-2y^2}{x^2+2xy+y^2}$ 的值;

(2) 已知 $x+4y=-\frac{1}{2}$, 求 $\frac{2x-8y}{x^2-16y^2}$ 的值.

解: (1) $\frac{2x^2-2y^2}{x^2+2xy+y^2} = \frac{2(x-y)(x+y)}{(x+y)^2} = \frac{2(x-y)}{x+y} =$
 $\frac{2 \times \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{2};$

(2) $\frac{2x-8y}{x^2-16y^2} = \frac{2(x-4y)}{(x+4y)(x-4y)} = \frac{2}{x+4y} = \frac{2}{-\frac{1}{2}} =$
 $-4.$

拔尖角度2 利用分式基本性质凑已知条件巧求分式的值(转化思想)

23. (2015·天水) 若 $x+\frac{1}{x}=3$, 求 $\frac{x^2}{x^4+x^2+1}$ 的值.

解: $\because x+\frac{1}{x}=3,$

$\therefore x^2+\frac{1}{x^2}+2=9,$

即 $x^2+\frac{1}{x^2}=7.$

$\therefore \frac{x^2}{x^4+x^2+1} = \frac{1}{x^2+1+\frac{1}{x^2}} =$
 $= \frac{1}{7+1} = \frac{1}{8}.$