



第2课时 等腰三角形——等腰三角形的判定

名师点金

等腰三角形的三种判定方法:

- (1) 当三角形有两条边相等时,应用“有两条边相等的三角形是等腰三角形”来判定.
- (2) 当三角形中有两个角相等时,应用“如果一个三角形有两个角相等,那么这两个角所对的边也相等”来证明.
- (3) 当线段垂直平分线上的点与线段两端点构成三角形时,应用“线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等,则构成的三角形是等腰三角形”来证明.

I 夯实基础 · 逐点练 (点拨见 183 页)

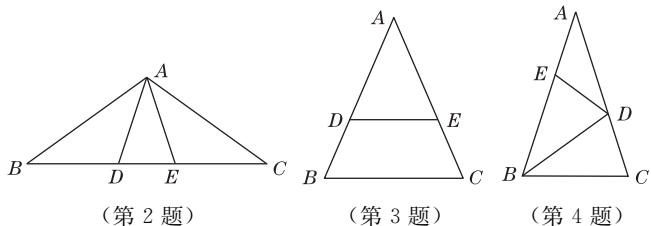
随堂导练

知识点1 等腰三角形的判定

1. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 和 $\angle B$ 的度数如下,能判定 $\triangle ABC$ 是等腰三角形的是(**B**)
 - A. $\angle A=50^\circ, \angle B=70^\circ$
 - B. $\angle A=70^\circ, \angle B=40^\circ$
 - C. $\angle A=30^\circ, \angle B=90^\circ$
 - D. $\angle A=80^\circ, \angle B=60^\circ$

2. 如图, $\angle B=\angle C=36^\circ, \angle ADE=\angle AED=72^\circ$,则图中的等腰三角形有(**D**)

A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个



(第2题)

(第3题)

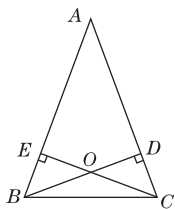
(第4题)

3. (2015·玉林) 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC, DE \parallel BC$,则下列结论中不正确的是(**D**)
 - A. $AD=AE$
 - B. $DB=EC$
 - C. $\angle ADE=\angle C$
 - D. $DE=\frac{1}{2}BC$

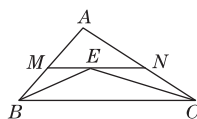
4. (2015·陕西) 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=36^\circ, AB=AC, BD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,若在边 AB 上截取 $BE=BC$,连接 DE ,则图中等腰三角形共有(**D**)
 - A. 2 个
 - B. 3 个
 - C. 4 个
 - D. 5 个

5. 如果一个三角形的一内角平分线垂直于对边,那么这个三角形一定是(**A**)
 - A. 等腰三角形
 - B. 锐角三角形
 - C. 直角三角形
 - D. 钝角三角形

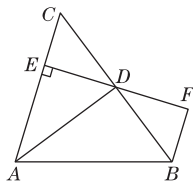
6. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC, BD$ 是 AC 边上的高, CE 是 AB 边上的高,它们相交于点 O ,则图中除 $\triangle ABC$ 外一定是等腰三角形的是(**C**)
 - A. $\triangle ABD$
 - B. $\triangle ACE$
 - C. $\triangle OBC$
 - D. $\triangle OCD$



(第6题)



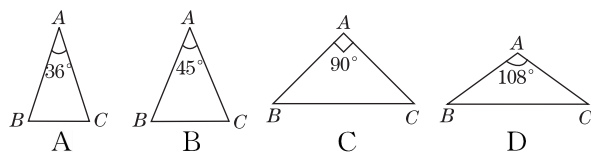
(第7题)



(第8题)

知识点2 等腰三角形的判定和性质

7. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线交于点 E ,过点 E 作 $MN \parallel BC$ 交 AB 于 M ,交 AC 于 N ,若 $BM+CN=9$,则线段 MN 的长为(**D**)
 - A. 6
 - B. 7
 - C. 8
 - D. 9
8. (2015·泰安) 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DE \perp AC$,垂足为 $E, BF \parallel AC$ 交 ED 的延长线于点 F ,若 BC 恰好平分 $\angle ABF, AE=2BF$. 给出下列四个结论: ① $DE=DF$; ② $DB=DC$; ③ $AD \perp BC$; ④ $AC=3BF$, 其中正确的结论共有(**A**)
 - A. 4 个
 - B. 3 个
 - C. 2 个
 - D. 1 个
9. 在下列三角形中,若 $AB=AC$,则不能被一条直线分成两个小等腰三角形的是(**B**)



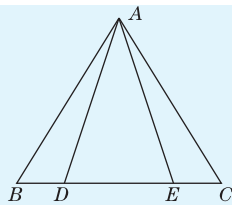
易错点 不能正确运用等腰三角形的性质及判定

10. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, D, E 是 BC 边上的两点,且 $BD=CE, AD=AE$. 求证: $\angle B=\angle C, \angle BAD=\angle CAE$.

解: $\because AD=AE$ (已知), $\therefore \angle ADE=\angle AED$ (等边对等角). $\because \angle ADE+\angle ADB=180^\circ, \angle AED+\angle AEC=180^\circ$ (邻补角定义), $\therefore \angle ADB=\angle AEC$ (等角的补角相等). 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} BD=CE \text{ (已知)}, \\ \angle BDA=\angle CEA \text{ (已证)}, \\ AD=AE \text{ (已知)}, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$ (SAS). $\therefore \angle B=\angle C, \angle BAD=\angle CAE$ (全等三角形的对应角相等).



(第10题)

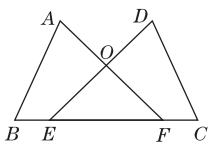


II 整合方法 · 提升练 (点拨见 183 页)

课后导练

考查角度1 利用等腰三角形的判定判断三角形的形状

11. 如图,点 E, F 在 BC 上, $BE = CF$, $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle C$, AF 与 DE 交于点 O .

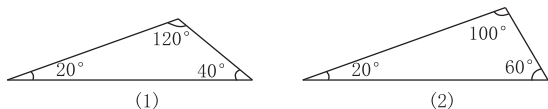


- (1) 求证: $AB = DC$;
(2) 试判断 $\triangle OEF$ 的形状,并说明理由.

(1) 证明: $\because BE = CF, \therefore BE + EF = CF + EF$, 即 $BF = CE$. 又 $\because \angle A = \angle D, \angle B = \angle C, \therefore \triangle ABF \cong \triangle DCE (AAS), \therefore AB = DC$.
(2) 解: $\triangle OEF$ 为等腰三角形. 理由如下: $\because \triangle ABF \cong \triangle DCE, \therefore \angle AFB = \angle DEC, \therefore OE = OF, \therefore \triangle OEF$ 为等腰三角形.

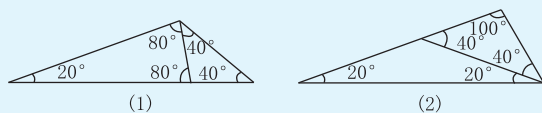
考查角度2 利用等腰三角形的判定分割三角形

12. 如图所示是两张三角形纸片,怎样把三角形纸片只剪一刀,将它分成两个等腰三角形,试画出剪的痕迹.



(第 12 题)

解: 如答图.



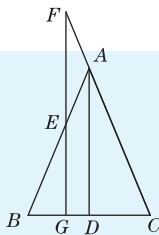
(第 12 题答图)

考查角度3 利用等腰三角形的性质判定等腰三角形

13. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 为 BC 边的中点, F 为 CA 的延长线上一点,过点 F 作 $FG \perp BC$ 于 G 点,并交 AB 于 E 点,试说明下列结论成立的理由:

- (1) $AD \parallel FG$;
(2) $\triangle AFE$ 为等腰三角形.

解: (1) $\because AB = AC, D$ 是 BC 的中点, $\therefore AD \perp BC$. 又 $\because FG \perp BC, \therefore AD \parallel FG$.
(2) $\because AB = AC, D$ 是 BC 的中点, $\therefore \angle BAD = \angle CAD$. $\because AD \parallel FG, \therefore \angle F = \angle CAD, \angle AEF = \angle BAD, \therefore \angle F = \angle AEF, \therefore AF = AE$, 即 $\triangle AFE$ 是等腰三角形.



(第 13 题)

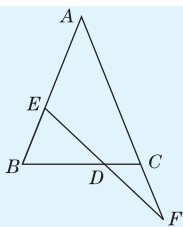
III 探究培优 · 拓展练 (点拨见 183 页)

课后选练

拔尖角度1 利用等腰三角形证线段相等(平行线构造法)

14. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, EF 交 AB 于点 E , 交 AC 的延长线于点 F , 交 BC 于点 D , 且 $BE = CF$. 求证: $DE = DF$.

证明: 过点 E 作 $EG \parallel AC$ 交 BC 于点 G , $\therefore \angle F = \angle DEG, \angle ACB = \angle EGB$.
 $\because AB = AC, \therefore \angle ACB = \angle B$ (等边对等角), $\therefore \angle B = \angle EGB, \therefore BE = EG$ (等角对等边). $\because BE = CF, \therefore EG = CF$. 在 $\triangle EGD$

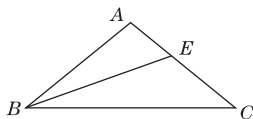


和 $\triangle FCD$ 中, $\begin{cases} \angle EDG = \angle FDC, \\ \angle DEG = \angle F, \\ EG = FC, \end{cases} \therefore \triangle EGD \cong \triangle FCD (AAS), \therefore DE = DF$.

(第 14 题)

拔尖角度2 利用等腰三角形证线段和差关系(轴对称构造法)

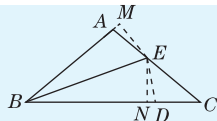
15. 如图,已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC, \angle A = 100^\circ$, BE 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 E .



- (1) 求证: $BC = BE + AE$;
(2) 探究: 若 $\angle A = 108^\circ$, 那么 BC 等于哪两条线段长的和呢? 试说明理由.

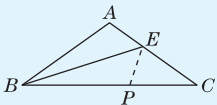
(第 15 题)

(1) 证明: 在 BC 上截取 $BD = BE$, 连接 DE (如答图(1)). $\because AB = AC, \angle BAC = 100^\circ, \angle ABC = \angle C = (180^\circ - 100^\circ) \div 2 = 40^\circ, \therefore BE$ 平分 $\angle ABC, \therefore \angle CBE = \angle ABE = 20^\circ$. 又 $\because BD = BE, \therefore \angle BDE = \angle BED = (180^\circ - 20^\circ) \div 2 = 80^\circ$. 又 $\because \angle BDE = \angle C + \angle CED, \angle C = 40^\circ, \therefore \angle CED = 40^\circ = \angle C, \therefore DE = DC$. 过点 E 作 $EM \perp BA$ 交 BA 的延长线于点 $M, EN \perp BC$ 于点 $N. \because BE$ 平分 $\angle ABC, EM \perp BA, EN \perp BC, \therefore EM = EN. \because \angle BAC = 100^\circ, \therefore \angle CAM = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$. 在 $Rt\triangle EMA$ 和 $Rt\triangle END$ 中, $\begin{cases} \angle EAM = \angle NDE = 80^\circ, \\ \angle AME = \angle DNE = 90^\circ, \\ EM = EN, \end{cases} \therefore Rt\triangle EMA \cong Rt\triangle END (AAS), \therefore EA = ED$. 又 $\because DE = DC, \therefore EA = DC, \therefore BC = BD + DC = BE + AE$.



[第 15(1) 题答图]

(2) 解: $BC = CE + AB$. 理由如下: 在 CB 上截取 $CP = CE$, 连接 PE (如答图(2)). $\because AB = AC, \angle A = 108^\circ, \therefore \angle ABC = \angle C = (180^\circ - 108^\circ) \div 2 = 36^\circ, \therefore \angle CPE = (180^\circ - 36^\circ) \div 2 = 72^\circ, \therefore \angle BPE = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ, \therefore \angle BPE = \angle A$. $\because BE$ 平分 $\angle ABC, \therefore \angle ABE = \angle PBE$. 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle PBE$ 中, $\begin{cases} \angle A = \angle BPE, \\ \angle ABE = \angle PBE, \\ BE = BE, \end{cases} \therefore \triangle ABE \cong \triangle PBE (AAS), \therefore BA = BP, \therefore BC = CP + BP = CE + AB$.



[第 15(2) 题答图]

教你一招

将三角形分割为等腰三角形的方法: 可以以某一个内角为等腰三角形的顶角进行多次尝试, 计算所剪切的三角形的内角, 找到有两个内角相等的情况即可. 若剪切后三角形中没有相等的内角, 则需要重新操作.