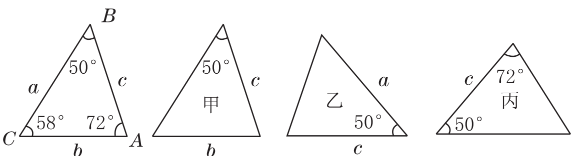
第 3 课时 利用两角一边判定三角形全等

Ⅰ 夯实基础·逐点练 (点拨见 174 页) 随堂导练

知识点1 判定两三角形全等的基本事实:角边角

1. 如图,已知△ABC 的六个元素,则下列甲、乙、丙三个三角形中一定和△ABC 全等的图形是(**C**)



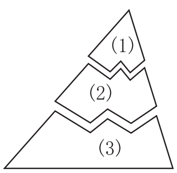
(第 1 题)

A. 甲、乙　B. 甲、丙　C. 乙、丙　D. 乙

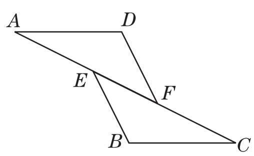
2. 如图,某同学不小心把一块三角形玻璃打碎成三块,现在要到玻璃店配一块与原来完全相同的玻璃,最省事的方法是(**C**)

A. 带(1)和(2)去　B. 只带(2)去

C. 只带(3)去　D. 都带去



(第 2 题)

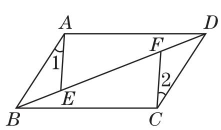


(第 3 题)

3. (中考·安顺)如图,已知 $AE=CF$,$\angle AFD=\angle CEB$,那么添加下列一个条件后,仍无法判定△ADF≌△CBE 的是(**B**)

A. $\angle A=\angle C$　B. $AD=CB$　C. $BE=DF$　D. $AD\parallel BC$

4. (2015·宁波)如图,平行四边形 $ABCD$ 中,E,F 是对角线 BD 上的两点,如果添加一个条件,使△ABE≌△CDF,则添加的条件不能为(**C**)



(第 4 题)

A. $BE=DF$　B. $BF=DE$

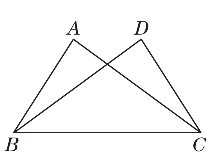
C. $AE=CF$　D. $\angle 1=\angle 2$

知识点2 判定两三角形全等的推论:角角边

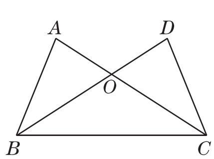
5. (2015·六盘水)如图,已知 $\angle ABC=\angle DCB$,下列所给条件不能证明△ABC≌△DCB 的是(**D**)

A. $\angle A=\angle D$　B. $AB=DC$

C. $\angle ACB=\angle DBC$　D. $AC=BD$



(第 5 题)



(第 6 题)

6. (2015·海南)如图,下列条件中,不能证明△ABC≌△DCB 的是(**D**)

A. $AB=DC$,$AC=DB$

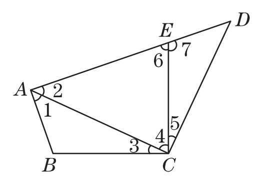
B. $AB=DC$,$\angle ABC=\angle DCB$

C. $BO=CO$,$\angle A=\angle D$

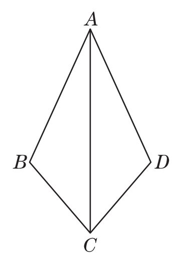
D. $AB=DC$,$\angle DBC=\angle ACB$

7. (2015·通辽)如图,四边形 $ABCD$ 中,E 点在 AD 上,其中 $\angle BAE=\angle BCE=\angle ACD=90°$,且 $BC=CE$. 求证:△ABC 与△DEC 全等.

证明: ∵$\angle BCE=\angle ACD=90°$,∴$\angle 3+\angle 4=\angle 4+\angle 5$,∴$\angle 3=\angle 5$,在△$ACD$ 中,$\angle ACD=90°$,∴$\angle 2+\angle D=90°$,∵$\angle BAE=\angle 1+\angle 2=90°$,∴$\angle 1=\angle D$,在△$ABC$ 和△DEC 中,$\begin{cases}\angle 1=\angle D,\\ \angle 3=\angle 5,\\ BC=CE,\end{cases}$ ∴△ABC≌△DEC(AAS).



(第 7 题)



(第 8 题)

8. (2015·云南)如图,$\angle B=\angle D$,请添加一个条件(不得添加辅助线),使得△ABC≌△ADC,并说明理由.

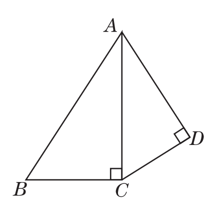
解: 添加 $\angle BAC=\angle DAC$. 理由如下:

在△ABC 与△ADC 中,$\begin{cases}\angle B=\angle D,\\ \angle BAC=\angle DAC,\\ AC=AC,\end{cases}$

∴△ABC≌△ADC(AAS).(解法不唯一)

易错点 弄错全等三角形的对应关系

9. 如图,$\angle B=\angle ACD$,$\angle ACB=\angle D=90°$,AC 是△ABC 和△ACD 的公共边,所以就可以判定△ABC≌△ACD. 你认为这种说法正确吗? 如果不正确,请说明理由.



(第 9 题)

啤酒问题:"红帽"和"蓝帽"两组人在海德尔堡进行了一场喝啤酒比赛,他们中的每个人都向其他人各敬了一杯酒,两方的总人数不到 24 人.(待续)

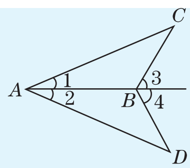
趣味数学

解：不正确. 因为 AC 虽然是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 的公共边，但它们不是对应边.

Ⅱ 整合方法·提升练 (点 课后导练

考查角度1 利用全等三角形的判定和性质证明线段相等关系

10. (2015·福州) 如图，$\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$. 求证：$AC=AD$.


(第 10 题)

证明：$\because \angle 3=\angle 4$，

$\therefore \angle ABC=\angle ABD$，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 中，

$\begin{cases}\angle 1=\angle 2,\\ AB=AB,\\ \angle ABC=\angle ABD,\end{cases}$

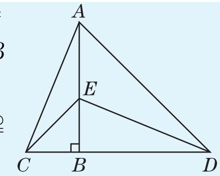
$\therefore \triangle ABC\cong\triangle ABD(\text{ASA})$，$\therefore AC=AD$.

考查角度2 利用全等三角形的判定和性质证明线段位置关系

11. 如图，在 $\triangle ACD$ 中，$AB\perp CD$，$BD=AB$，$\angle DEB=\angle ACB$. 求证：

(1) $DE=AC$；

(2) $DE\perp AC$.


(第 11 题)

证明：(1) $\because AB\perp CD$，$\therefore \angle ABC=\angle DBE=90^\circ$. 在 $\triangle ACB$ 和 $\triangle DEB$ 中 $\begin{cases}\angle ACB=\angle DEB,\\ \angle ABC=\angle DBE,\\ AB=BD,\end{cases}$ $\therefore \triangle ACB\cong\triangle DEB$. $\therefore DE=AC$.

(2) 延长 DE 交 AC 于点 F.

$\because \triangle ACB\cong\triangle DEB$，$\therefore \angle CAB=\angle EDB$.

$\because \angle EBD=90^\circ$，$\therefore \angle BED+\angle EDB=90^\circ$.

$\because \angle AEF=\angle BED$，$\therefore \angle AEF+\angle CAB=90^\circ$.

$\therefore \angle AFE=90^\circ$. $\therefore DE\perp AC$.

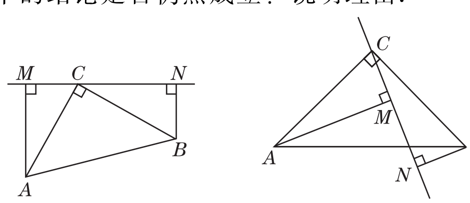
Ⅲ 探究培优·拓展练 (点拨见 175 页) 课后选练

拔尖角度1 利用全等三角形的判定和性质证线段的和差关系

12. 如图①所示，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=BC$，过点 C 在 $\triangle ABC$ 外作直线 MN，$AM\perp MN$ 于点 M，$BN\perp MN$ 于点 N.

(1) 求证：$MN=AM+BN$；

(2) 如图②，若过点 C 作直线 MN 与线段 AB 相交，$AM\perp MN$ 于点 M，$BN\perp MN$ 于点 $N(AM>BN)$，(1)中的结论是否仍然成立？说明理由.


① ②

(第 12 题)

解：(1) **证明**：$\because \angle ACB=90^\circ$，$\therefore \angle ACM+\angle BCN=90^\circ$. 又 $\because AM\perp MN$，$BN\perp MN$，$\therefore \angle AMC=\angle CNB=90^\circ$，$\therefore \angle BCN+\angle CBN=90^\circ$，$\therefore \angle ACM=\angle CBN$.

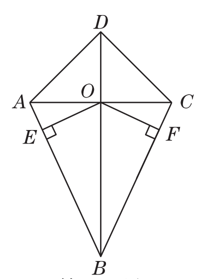
在 $\triangle ACM$ 和 $\triangle CBN$ 中，$\begin{cases}\angle ACM=\angle CBN,\\ \angle AMC=\angle CNB,\\ AC=BC,\end{cases}$

$\therefore \triangle ACM\cong\triangle CBN(\text{AAS})$，$\therefore MC=NB$，$MA=NC$，$\because MN=MC+CN$，$\therefore MN=AM+BN$.

(2) **解**：(1)中的结论不成立，结论为 $MN=AM-BN$. 理由如下：同理可证 $\triangle ACM\cong\triangle CBN(\text{AAS})$，$\therefore CM=BN$，$AM=CN$，$\because MN=CN-CM$，$\therefore MN=AM-BN$.

拔尖角度2 利用全等三角形的判定和性质证新定义问题

13. (2015·孝感) 我们把两组邻边相等的四边形叫做"筝形". 如图，四边形 $ABCD$ 是一个筝形，其中 $AB=CB$，$AD=CD$. 对角线 AC，BD 相交于点 O，$OE\perp AB$，$OF\perp CB$，垂足分别是 E，F. 求证 $OE=OF$.


(第 13 题)

证明：$\because$ 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 中，$\begin{cases}AB=CB,\\ AD=CD,\\ BD=BD,\end{cases}$

$\therefore \triangle ABD\cong\triangle CBD(\text{SSS})$，$\therefore \angle ABD=\angle CBD$.

又 $\because OE\perp AB$，$OF\perp CB$，$\therefore \angle OEB=\angle OFB$.

在 $\triangle BOE$ 和 $\triangle BOF$ 中，$\begin{cases}\angle ABD=\angle CBD,\\ \angle OEB=\angle OFB,\\ OB=OB,\end{cases}$

$\therefore \triangle BOE\cong\triangle BOF(\text{AAS})$. $\therefore OE=OF$.

教你一招

证明三角形全等的"三类条件"：

直接条件：即已知中直接给出的三角形的对应边或对应角.

隐含条件：即已知没有给出，但通过读图得到的条件，如公共边、公共角、对顶角.

间接条件：即已知中所给条件不是三角形的对应边和对应角，需要进一步推理.

"红帽"组比"蓝帽"组多喝了 108 杯啤酒，请问他们共喝了多少杯啤酒？ 答案："红帽"组的人喝了 132 杯啤酒，"蓝帽"组的人喝了 24 杯啤酒，共喝了 156 杯啤酒.