



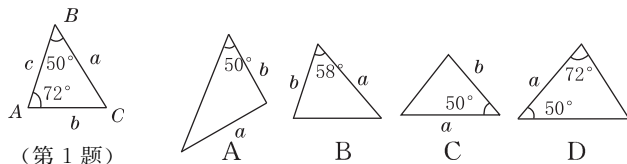
## 第2课时 利用两边夹角判定三角形全等

### I 夯实基础 · 逐点练 (点拨见174页)

随堂导练

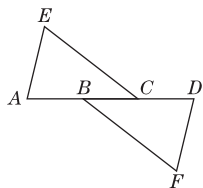
#### 知识点1 判定两三角形全等的基本事实:边角边

1. 如图,  $a, b, c$  分别表示  $\triangle ABC$  的三边长, 则下面与  $\triangle ABC$  一定全等的三角形是( **B** )

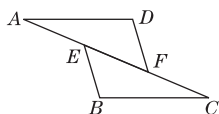


2. (2015 · 莆田) 如图,  $AE \parallel DF$ ,  $AE = DF$ , 要使  $\triangle EAC \cong \triangle FDB$ , 需要添加下列选项中的( **A** )

- A.  $AB = CD$       B.  $EC = BF$   
C.  $\angle A = \angle D$       D.  $AB = BC$



(第2题)



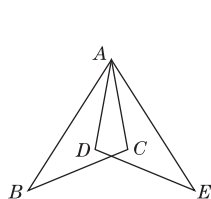
(第3题)

3. (2015 · 贵阳) 如图, 点  $E, F$  在  $AC$  上,  $AD = BC$ ,  $DF = BE$ , 要使  $\triangle ADF \cong \triangle CBE$ , 还需要添加的一个条件是( **B** )

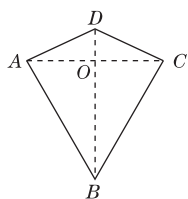
- A.  $\angle A = \angle C$       B.  $\angle D = \angle B$   
C.  $AD \parallel BC$       D.  $DF \parallel BE$

4. 如图, 已知  $AB = AE$ ,  $AC = AD$ , 下列条件中不能判定  $\triangle ABC \cong \triangle AED$  的是( **C** )

- A.  $BC = ED$       B.  $\angle BAD = \angle EAC$   
C.  $\angle B = \angle E$       D.  $\angle BAC = \angle EAD$



(第4题)



(第5题)

5. (2015 · 宜昌) 两组邻边分别相等的四边形叫做“筝形”, 如图, 四边形  $ABCD$  是一个筝形, 其中  $AD = CD$ ,  $AB = CB$ , 詹姆斯在探究筝形的性质时, 得到如下结论:

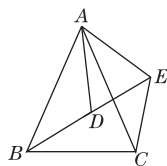
- ①  $AC \perp BD$ ; ②  $AO = CO = \frac{1}{2} AC$ ; ③  $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ , 其中正确的结论有( **D** )

- A. 0个      B. 1个      C. 2个      D. 3个

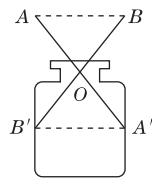
6. 如图, 已知  $AB = AC$ ,  $AD = AE$ , 若要得到“ $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ”, 必须添加一个条件, 则下列所添条件不成立

的是( **B** )

- A.  $BD = CE$       B.  $\angle ABD = \angle ACE$   
C.  $\angle BAD = \angle CAE$       D.  $\angle BAC = \angle DAE$



(第6题)



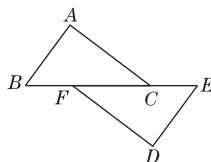
(第7题)

#### 知识点2 全等三角形判定“边角边”的简单应用

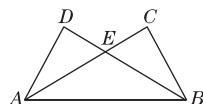
7. 如图,  $AA', BB'$  表示两根长度相同的木条, 若  $O$  是  $AA', BB'$  的中点, 经测量  $AB = 9$  cm, 则容器的内径  $A'B'$  为( **B** )

- A. 8 cm      B. 9 cm      C. 10 cm      D. 11 cm

8. (2015 · 青海) 如图, 点  $B, F, C, E$  在同一直线上,  $BF = CE$ ,  $AB \parallel DE$ , 请添加一个条件, 使  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , 这个添加的条件可以是  $AB = DE$ . (只需写一个, 不添加辅助线)



(第8题)



(第9题)

9. (2014 · 云南) 如图, 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle ABD$  中,  $AC$  与  $BD$  相交于点  $E$ ,  $AD = BC$ ,  $\angle DAB = \angle CBA$ . 求证:  $AC = BD$ .

证明: 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle BAD$  中,  $\begin{cases} AD = BC, \\ \angle DAB = \angle CBA, \\ AB = BA, \end{cases}$   
 $\therefore \triangle BAD \cong \triangle ABC$  (SAS),  $\therefore AC = BD$ .

#### 易错点 误用“SSA”导致出错

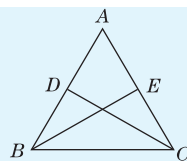
10. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $D, E$  分别是  $AB, AC$  的中点, 且  $CD = BE$ ,  $\triangle ADC$  与  $\triangle AEB$  全等吗? 请说明理由.

解:  $\triangle ADC \cong \triangle AEB$ . 理由如下:

$\because AB = AC, D, E$  分别是  $AB, AC$  的中点,  $\therefore AD = AE$ . 在  $\triangle ADC$  和

$\triangle AEB$  中,  $\begin{cases} AC = AB, \\ \angle A = \angle A (\text{公共角}), \\ AD = AE, \end{cases}$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle AEB$  (SAS).



(第10题)



## 名师点金

应用“SAS”判定两个三角形全等的“两点注意”:

**对应:**“SAS”包含“边”“角”两种元素,一定要注意元素的“对应”关系.

**顺序:**在应用时一定要按边→角→边的顺序排列条件,绝不能出现边→边→角(或角→边→边)的错误,因为边边角(或角边边)不能保证两个三角形全等.

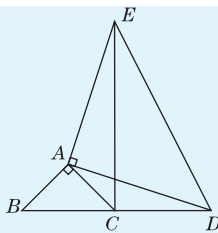
## II 整合方法·提升练 (点拨见 174 页)

课后导练

### 考查角度1 利用全等三角形证明边相等

11. (中考·铜仁) 如图,  $\triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  都是等腰三角形, 且  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $\angle DAE = 90^\circ$ , 点  $B, C, D$  在同一条直线上. 求证:  $BD = CE$ .

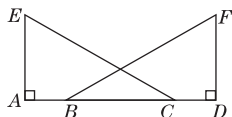
**证明:**  $\because \triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  都是等腰三角形,  $\therefore AD = AE, AB = AC$ . 又  $\because \angle EAC = 90^\circ + \angle CAD$ ,  $\angle DAB = 90^\circ + \angle CAD$ ,  $\therefore \angle DAB = \angle EAC$ . 在  $\triangle ADB$  和  $\triangle AEC$  中,

$$\begin{cases} AB = AC, \\ \angle BAD = \angle CAE, \\ AD = AE, \end{cases} \therefore \triangle ADB \cong \triangle AEC (\text{SAS}), \therefore BD = CE.$$


(第 11 题)

### 考查角度2 利用全等三角形证明角相等

12. 如图, 点  $A, B, C, D$  在同一条直线上,  $EA \perp AD, FD \perp AD$ ,  $AE = DF, AB = DC$ .



试说明:  $\angle ACE = \angle DBF$ .

(第 12 题)

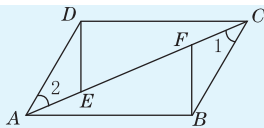
**解:** 因为  $AB = DC$ , 所以  $AB + BC = DC + CB$ , 即  $AC = DB$ . 因为  $EA \perp AD, FD \perp AD$ , 所以  $\angle A = \angle D = 90^\circ$ .

在  $\triangle EAC$  和  $\triangle FDB$  中,  $\begin{cases} EA = FD, \\ \angle A = \angle D, \\ AC = DB, \end{cases}$  所以  $\triangle EAC \cong \triangle FDB (\text{SAS})$ . 所以  $\angle ACE = \angle DBF$ .

### 考查角度3 利用全等三角形证线段相等

13. 如图, 已知  $AB = CD, BC = DA, E, F$  是  $AC$  上的两点, 且  $AE = CF$ . 求证:  $BF = DE$ .

**证明:** 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle CDA$



(第 13 题)

中,  $\begin{cases} AB = CD, \\ BC = DA, \\ CA = AC, \end{cases} \therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA (\text{SSS}). \therefore \angle 1 = \angle 2$  (全等三角形的对应角相等).

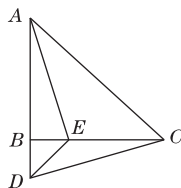
在  $\triangle BCF$  和  $\triangle DAE$  中,  $\begin{cases} BC = DA, \\ \angle 1 = \angle 2, \\ CF = AE, \end{cases} \therefore \triangle BCF \cong \triangle DAE (\text{SAS}). \therefore BF = DE$  (全等三角形的对应边相等).

### 考查角度4 利用全等三角形求角的度数

14. (中考·菏泽) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = CB, \angle ABC = 90^\circ$ ,  $D$  为  $AB$  延长线上一点, 点  $E$  在  $BC$  上, 且  $BE = BD$ , 连接  $AE, DE, DC$ .

(1) 求证:  $\triangle ABE \cong \triangle CBD$ ;

(2) 若  $\angle CAE = 30^\circ$ , 求  $\angle BDC$  的度数.



(第 14 题)

**解:** (1) 证明:  $\because \angle ABC = 90^\circ, \therefore \angle CBD = \angle ABE = 90^\circ$ .

在  $\triangle ABE$  和  $\triangle CBD$  中,  $\begin{cases} AB = CB, \\ \angle ABE = \angle CBD, \\ BE = BD, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBD$ .

(2) 解: 在  $\triangle ABC$  中,

$\because AB = BC, \angle ABC = 90^\circ, \therefore \angle ACB = 45^\circ$ .

$\because \angle CAE = 30^\circ, \therefore \angle BEA = \angle ACB + \angle CAE = 75^\circ$ .

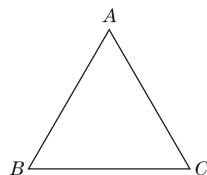
$\because \triangle ABE \cong \triangle CBD, \therefore \angle BDC = \angle BEA = 75^\circ$ .

### 考查角度5 利用全等三角形证明等腰三角形的性质 (构造全等三角形法)

15. (2015·漳州) 求证: 等腰三角形的两底角相等.

已知: 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ .

求证:  $\angle B = \angle C$ .



(第 15 题)

**证明:** 作  $AD$  平分  $\angle BAC$  交  $BC$  边于点  $D$ .

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$ .

在  $\triangle ABD$  和  $\triangle ACD$  中,  $\begin{cases} AB = AC, \\ \angle BAD = \angle CAD, \\ AD = AD, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD (\text{SAS}).$

$\therefore \angle B = \angle C$ .

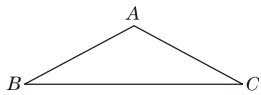


### 链接中考 · 真题练 (点拨见 174 页)

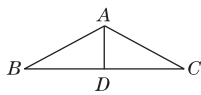
课后导练

#### 命题角度1 作全等三角形(作角平分线法)

16. (2015·佛山) 如图,  $\triangle ABC$  是等腰三角形,  $AB=AC$ , 请将  $\triangle ABC$  分成两个全等的三角形, 并说明这两个三角形全等的理由.(保留作图痕迹, 不写作法)



(第 16 题)



(第 16 题答图)

解: 作  $\angle BAC$  的平分线交  $BC$  于  $D$ .  $\therefore \angle BAD = \angle CAD$ ,

$$\text{在 } \triangle ABD \text{ 和 } \triangle ACD \text{ 中, } \begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAD, \\ AD=AD \end{cases}$$

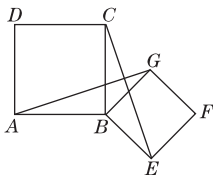
$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD (\text{SAS}).$

#### 命题角度2 利用全等三角形证明两线段间的关系

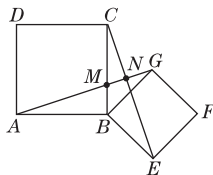
17. (2015·恩施) 如图, 四边形  $ABCD$ 、 $BEFG$  均为正方形, 连接  $AG$ 、 $CE$ .

(1) 求证:  $AG=CE$ ;

(2) 求证:  $AG \perp CE$ .



(第 17 题)



(第 17 题答图)

证明: (1)  $\because$  四边形  $ABCD$ 、 $BEFG$  均为正方形,  
 $\therefore AB=CB$ ,  $\angle ABC = \angle GBE = 90^\circ$ ,  $BG=BE$ ,  
 $\therefore \angle ABG = \angle CBE$ , 在  $\triangle ABG$  和  $\triangle CBE$  中,  
 $\begin{cases} AB=CB \\ \angle ABG=\angle CBE, \therefore \triangle ABG \cong \triangle CBE (\text{SAS}), \\ BG=BE \end{cases}$   
 $\therefore AG=CE$ ;

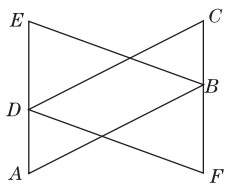
(2) 如答图所示:  $\because \triangle ABG \cong \triangle CBE$ ,  $\therefore \angle BAG = \angle BCE$ ,  
 $\because \angle ABC = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle BAG + \angle AMB = 90^\circ$ ,  
 $\because \angle AMB = \angle CMN$ ,  $\therefore \angle BCE + \angle CMN = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle CNM = 90^\circ$ ,  $\therefore AG \perp CE$ .

### 探究培优 · 拓展练 (点拨见 174 页)

课后选练

#### 拔尖角度1 利用全等三角形探究两线段间的关系 (构造法)

18. 如图, 已知  $A, D, E$  三点共线,  $C, B, F$  三点共线,  $AB=CD$ ,  $AD=CB$ ,  $DE=BF$ , 那么  $BE$  与  $DF$  之间有什么数量关系? 请说明理由.



(第 18 题)

解:  $BE=DF$ . 理由如下: 连接  $BD$ . 在  $\triangle ABD$  和

$$\triangle CDB \text{ 中, } \begin{cases} AB=CD, \\ AD=CB, \therefore \triangle ABD \cong \triangle CDB (\text{SSS}). \\ BD=DB, \end{cases}$$

$\therefore \angle A = \angle C$ .  $\because AD=CB$ ,  $DE=BF$ ,  $\therefore AD+DE=CB+BF$ , 即  $AE=CF$ . 在  $\triangle ABE$  和  $\triangle CDF$  中,

$$\begin{cases} AE=CF, \\ \angle A=\angle C, \therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF (\text{SAS}). \therefore BE=DF. \\ AB=CD, \end{cases}$$

#### 拔尖角度2 利用全等三角形说明线段的不等关系 (倍长中线法)

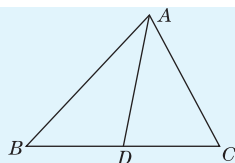
19. 如图,  $AD$  是  $\triangle ABC$  中  $BC$  边上的中线.

试说明:  $AD < \frac{1}{2}(AB+AC)$ .

解: 延长  $AD$  至点  $E$ , 使  $DE=AD$ , 连接  $BE$ . 因为  $AD$  是  $\triangle ABC$  中  $BC$  边上的中线, 所以  $CD=BD$ . 在  $\triangle ACD$  与  $\triangle EBD$  中,

$$\begin{cases} CD=BD, \\ \angle ADC=\angle EDB, \text{ 所以} \\ AD=ED, \end{cases}$$

$\triangle ACD \cong \triangle EBD (\text{SAS})$ . 所以  $AC=EB$ . 在  $\triangle ABE$  中,  $AE < AB+BE$ , 即  $2AD < AB+AC$ , 所以  $AD < \frac{1}{2}(AB+AC)$ .



(第 19 题)

#### 教你一招

运用三角形全等的判定方法证明线段或角相等:

(1) 首先, 从结论出发, 探究要证明的相等的线段或角分别在哪两个三角形中; (2) 其次, 分解图形——将所证全等三角形从“复合”图形中分离出来; (3) 最后, “移植”条件——将已知转移至图形, 再根据已知条件及隐含条件寻求恰当的证明方法.

(4) 黄金梯形: 腰和上底相等, 对角线和下底相等的等腰梯形, 其对角线交点为对角线的黄金分割点.