



第2课时 多边形的内角和

名师点金

各多边形的内(外)角和与边数间的关系:

- (1) 多边形的内角和随着边数的增加而增加,每增加一条边,内角和就增加 180° .
 (2) 多边形的外角和恒等于 360° ,与边数的多少无

关,其作用是:

- ① 已知正多边形外角的度数,求正多边形的边数;
 ② 已知正多边形的边数,求各相等外角的度数.

I 夯实基础 · 逐点练 (点拨见 171 页)

随堂导练

知识点1 多边形的内角和

1. (2015·怀化) 一个多边形的内角和是 360° , 这个多边形是(**B**)
 A. 三角形 B. 四边形
 C. 六边形 D. 不能确定
2. (2015·丽水) 一个多边形的每个内角均为 120° , 则这个多边形是(**C**)
 A. 四边形 B. 五边形
 C. 六边形 D. 七边形
3. 下列角度中能成为某多边形的内角和的是(**C**)
 A. 270° B. 560°
 C. $1\ 800^\circ$ D. $1\ 900^\circ$
4. (2015·安徽) 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = \angle B = \angle C$, 点 E 在边 AB 上, $\angle AED = 60^\circ$, 则一定有(**D**)
 A. $\angle ADE = 20^\circ$ B. $\angle ADE = 30^\circ$
 C. $\angle ADE = \frac{1}{2} \angle ADC$ D. $\angle ADE = \frac{1}{3} \angle ADC$
5. 若一个多边形的每个内角均为 150° , 则从此多边形的一个顶点出发可作的对角线的条数为(**B**)
 A. 8 B. 9 C. 10 D. 11
6. (2014·临沂) 将一个 n 边形变成 $(n+1)$ 边形, 内角和将(**C**)
 A. 减少 180° B. 增加 90°
 C. 增加 180° D. 增加 360°
7. 一个多边形除一个内角外其余内角的和为 $1\ 510^\circ$, 则这个多边形对角线的条数是(**C**)
 A. 27 B. 35 C. 44 D. 54

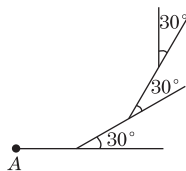
知识点2 多边形的外角和

8. 一个多边形的每个外角都等于 36° , 那么它是(**C**)
 A. 六边形 B. 八边形
 C. 十边形 D. 十二边形

9. (中考·宁波) 一个多边形的每个外角都等于 72° , 则这个多边形的边数为(**A**)

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

10. 如图, 小亮从 A 点出发, 沿直线前进 10 米后向左转 30° , 再沿直线前进 10 米, 又向左转 30° , $\dots$, 照这样走下去, 他第一次回到出发地 A 点时, 一共走了 120 米.



(第 10 题)

知识点3 多边形内角和与外角和的关系

11. (2015·宿迁) 已知一个多边形的内角和等于它的外角和, 则这个多边形的边数为(**B**)
 A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
12. (2015·广元) 一个多边形的内角和是外角和的 2 倍, 这个多边形的边数为(**B**)
 A. 5 B. 6 C. 7 D. 8
13. (2015·南宁) 一个正多边形的内角和为 540° , 则这个正多边形的每一个外角等于(**B**)
 A. 60° B. 72° C. 90° D. 108°

易错点 考虑问题不全面产生漏解(分类讨论思想)

14. 一个多边形截去一个角, 形成一个新多边形, 新多边形的内角和为 $2\ 520^\circ$, 则原多边形的边数是多少?

解: $2\ 520^\circ \div 180^\circ + 2 = 16$,

所以新多边形为十六边形.

故原多边形的边数为 15, 16 或 17.



II 整合方法·提升练 (点拨见 171 页)

课后导练

考查角度1 利用多边形内角和公式求多边形的边数

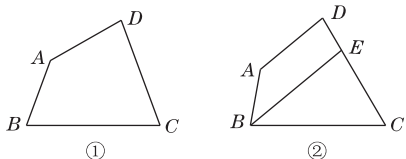
(方程思想)

15. 两个多边形,边数之比为 3:4,内角和之比为 1:2,求这两个多边形的边数.

解:设这两个多边形的边数分别为 $3n, 4n$. 由多边形的内角和公式及已知条件,可得 $\frac{(3n-2) \times 180^\circ}{(4n-2) \times 180^\circ} = \frac{1}{2}$, 解得 $n=1$. 所以这两个多边形的边数分别为 3, 4.

考查角度2 利用多边形内角和公式求角

16. 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A=140^\circ, \angle D=80^\circ$.
(1) 如图①,若 $\angle B=\angle C$,试求出 $\angle C$ 的度数;
(2) 如图②,若 $\angle ABC$ 的平分线 BE 交 DC 于点 E ,且 $BE \parallel AD$,试求出 $\angle C$ 的度数.



(第 16 题)

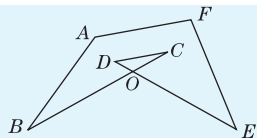
解:(1) $\because \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ, \angle B = \angle C,$
 $\angle A = 140^\circ, \angle D = 80^\circ, \therefore \angle B = \angle C = \frac{360^\circ - \angle A - \angle D}{2} = \frac{360^\circ - 140^\circ - 80^\circ}{2} = 70^\circ.$
(2) $\because BE \parallel AD, \angle D = 80^\circ, \angle A = 140^\circ, \therefore \angle BEC = \angle D = 80^\circ, \angle ABE = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ.$

又 $\because BE$ 平分 $\angle ABC, \therefore \angle EBC = \angle ABE = 40^\circ. \therefore \angle C = 180^\circ - \angle EBC - \angle BEC = 180^\circ - 40^\circ - 80^\circ = 60^\circ.$

考查角度3 利用多边形内角和公式求不规则图形的内角和 (转化思想)

17. 如图,求 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F$ 的度数.

解:连接 BE . 因为 $\angle COD = \angle BOE$, 所以 $\angle OBE + \angle OEB = \angle C + \angle D$. 所以 $\angle A + \angle ABC + \angle C + \angle D + \angle FED + \angle F = \angle A + \angle ABC + \angle OBE + \angle OEB + \angle FED + \angle F = \angle A + \angle ABE + \angle BEF + \angle F = 360^\circ.$



(第 17 题)

考查角度4 利用多边形内、外角的关系求角

18. 多边形的内角和与某一个外角的度数总和为 $1\,350^\circ$.

- (1) 求此多边形的边数;
(2) 此多边形必有一内角为多少度?

解:(1) 设此多边形的边数为 n , 这个外角为 x 度, 则 $0 < x < 180$, 根据题意得 $(n-2) \cdot 180 + x = 1\,350$, 所以 $n = 9 + \frac{90-x}{180}$. 因为 n 为正整数, 所以 $90-x$ 必为 180 的倍数. 又因为 $0 < x < 180$, 所以 $90-x=0$, 所以 $x=90$, 则 $n=9$. 即此多边形的边数为 9.
(2) 由(1)知此多边形必有一内角为 $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

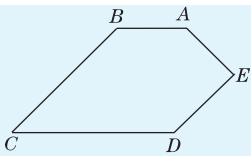
III 探究培优·拓展练 (点拨见 171 页)

课后选练

拔尖角度1 利用多边形内角和解与平行线有关的问题

19. 如图,在五边形 $ABCDE$ 中, $\angle A=135^\circ, AE \perp ED, AB \parallel CD, \angle B=\angle D$, 试求 $\angle C$ 的度数.

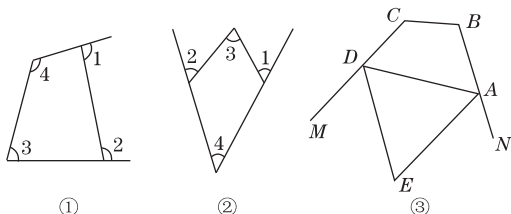
解:五边形的内角和为 $(5-2) \times 180^\circ = 540^\circ. \because AE \perp DE,$
 $\therefore \angle E = 90^\circ. \therefore \angle C + \angle B + \angle D = 540^\circ - \angle A - \angle E = 540^\circ - 135^\circ - 90^\circ = 315^\circ$ ①.
 $\because AB \parallel CD, \therefore \angle B + \angle C = 180^\circ$ ②. $\angle B = \angle D$ ③.
联立①②③,解得 $\angle C = 45^\circ$.



(第 19 题)

拔尖角度2 利用多边形内、外角的关系探究角的关系

20. (1) 如图①②,试探究其中 $\angle 1, \angle 2$ 与 $\angle 3, \angle 4$ 之间的数量关系;



(第 20 题)

- (2) 请你用文字描述上述的关系;
(3) 用你发现的结论解决下列问题:

如图③, AE, DE 分别是四边形 $ABCD$ 的外角 $\angle NAD, \angle MDA$ 的平分线, $\angle B + \angle C = 240^\circ$, 求 $\angle E$ 的度数.

解:(1) 设 $\angle 1$ 的邻补角为 $\angle 5, \angle 2$ 的邻补角为 $\angle 6$.
 $\because \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$ 是四边形的四个内角, $\therefore \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 360^\circ. \therefore \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ - (\angle 5 + \angle 6).$
 $\because \angle 1 + \angle 5 = 180^\circ, \angle 2 + \angle 6 = 180^\circ, \therefore \angle 1 + \angle 2 = 360^\circ - (\angle 5 + \angle 6). \therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4.$
(2) 两个外角的和等于与它们不相邻的两个内角的和.
(3) $\because \angle B + \angle C = 240^\circ, \therefore \angle MDA + \angle NAD = 240^\circ. \because AE, DE$ 分别是 $\angle NAD, \angle MDA$ 的平分线,
 $\therefore \angle ADE = \frac{1}{2} \angle MDA, \angle DAE = \frac{1}{2} \angle NAD.$
 $\therefore \angle ADE + \angle DAE = \frac{1}{2} (\angle MDA + \angle NAD) = 120^\circ. \therefore \angle E = 180^\circ - (\angle ADE + \angle DAE) = 60^\circ.$