



第2课时 三角形的高、中线与角平分线

名师点金

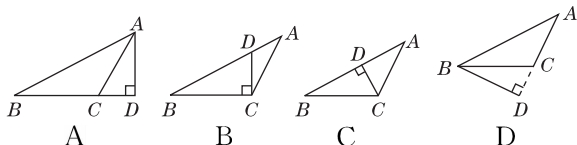
面积法是一种常用的、重要的数学解题思想方法,它利用同一图形面积相等、等底等高的三角形面积相等、三角形中线分三角形为面积相等的两部分、分割后的各图形面积之和等于原图形的面积等性质解决有关数学问题.

I 夯实基础 · 逐点练 (点拨见 168 页)

随堂导练

知识点1 三角形的高

1. (2015·长沙) 过 $\triangle ABC$ 的顶点A, 作BC边上的高, 以下作法正确的是(A)



2. 下列说法中正确的是(C)

- A. 三角形的三条高都在三角形内
B. 直角三角形只有一条高
C. 锐角三角形的三条高都在三角形内
D. 三角形每一边上的高都小于其他两边

3. 在直角三角形中, 有两条高是它的 直角边, 另一条高在这个三角形的 内部. 锐角三角形的三条高的交点在 三角形的内部, 直角三角形的三条高的交点在 两直角边的交点处, 钝角三角形的三条高所在直线的交点在 三角形的外部.

知识点2 三角形的中线

4. 若AD是 $\triangle ABC$ 的中线, 则下列结论中错误的是(A)

- A. $AB=BC$ B. $BD=DC$
C. AD平分BC D. $BC=2DC$

5. 已知D, E分别是 $\triangle ABC$ 的边AC, BC的中点, 那么下列说法中不正确的是(D)

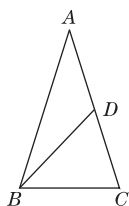
- A. DE是 $\triangle BCD$ 的中线 B. BD是 $\triangle ABC$ 的中线
C. $AD=DC, BE=EC$ D. $AD=EC, DC=BE$

6. 三角形一边上的中线把原三角形一定分成两个(B)

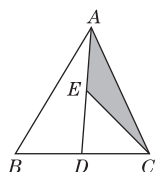
- A. 形状相同的三角形 B. 面积相等的三角形
C. 直角三角形 D. 周长相等的三角形

7. 如图, 已知BD是 $\triangle ABC$ 的中线, $AB=5, BC=3$, $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$ 的周长的差是(A)

- A. 2 B. 3 C. 6 D. 不能确定



(第7题)



(第8题)

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E分别为BC, AD的中点, 且 $S_{\triangle ABC}=4$, 则 $S_{\text{阴影}}$ 为(B)

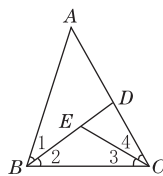
- A. 2 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

9. 已知三角形的三条中线交于一点, 则下列结论: ①这一点在三角形的内部; ②这一点有可能在三角形的外部; ③这一点是三角形的重心. 其中正确的结论有 ①③. (填序号)

知识点3 三角形的角平分线

10. 如图, $\angle 1=\angle 2, \angle 3=\angle 4$, 下列结论中错误的是(D)

- A. BD是 $\triangle ABC$ 的角平分线
B. CE是 $\triangle BCD$ 的角平分线
C. $\angle 3=\frac{1}{2}\angle ACB$
D. CE是 $\triangle ABC$ 的角平分线



(第10题)

11. 下列结论: ①三角形的角平分线、中线、高都是线段; ②直角三角形只有一条高; ③三角形的中线可能在三角形外部; ④三角形的高都在三角形内部.

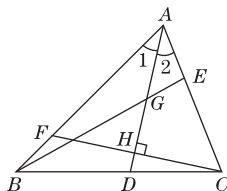
其中正确的有(A)

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

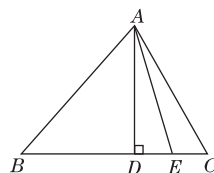
12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle 1=\angle 2, G$ 为AD的中点, BG的延长线交AC于点E, F为AB上的一点, CF与AD垂直, 交AD于点H, 则下面判断正确的有(B)

- ①AD是 $\triangle ABE$ 的角平分线; ②BE是 $\triangle ABD$ 的边AD上的中线; ③CH是 $\triangle ACD$ 的边AD上的高; ④AH是 $\triangle ACF$ 的角平分线和高.

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个



(第12题)



(第13题)

易错点 对三角形的高的定义不理解导致出错

13. 如图, $AD \perp BC$ 于点D, 那么图中以AD为高的三角形有 6 个.



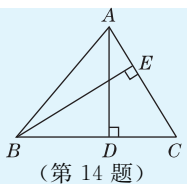
II 整合方法·提升练 (点拨见 168 页)

课后练

考查角度1 利用三角形的高求线段的长(面积法)

14. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$, $BE \perp AC$,垂足分别为 D, E ,若 $BC=10$, $AC=8$, $BE=\frac{17}{2}$,求 AD 的长.

解: $\because AD \perp BC, BE \perp AC, \therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BE$,
 $\therefore BC \cdot AD = AC \cdot BE$. 又 $\because BC=10, AC=8, BE=\frac{17}{2}$,
 $\therefore 10AD=8 \times \frac{17}{2}, \therefore AD=6.8$.



(第 14 题)

考查角度2 利用三角形的中线求各边长(分类讨论思想、方程思想)

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, AC 边上的中线 BD 把 $\triangle ABC$ 的周长分为 12 cm 和 15 cm 两部分,求三角形的各边长.

解:设 $AB=AC=x\text{ cm}$,则 $AD=DC=\frac{1}{2}x\text{ cm}$.

(1)若 $AB+AD=12\text{ cm}$,即 $x+\frac{1}{2}x=12$,则 $x=8$.

所以 $AB=AC=8\text{ cm}, DC=4\text{ cm}$.故 $BC=15-4=11(\text{cm})$.此时 $AB+AC>BC$,三角形存在.所以三角形的三边长分别为 $8\text{ cm}, 8\text{ cm}, 11\text{ cm}$.

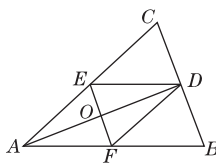
(2)若 $AB+AD=15\text{ cm}$,即 $x+\frac{1}{2}x=15$,则 $x=10$.

所以 $DC=5\text{ cm}$.故 $BC=12-5=7(\text{cm})$.显然此时三角形存在,所以三角形的三边长分别为 $10\text{ cm}, 10\text{ cm}, 7\text{ cm}$.综上所述,此三角形的三边长分别为 $8\text{ cm}, 8\text{ cm}, 11\text{ cm}$ 或 $10\text{ cm}, 10\text{ cm}, 7\text{ cm}$.

考查角度3 利用三角形的角平分线解与平行线相关的问题

16. 如图, AD 是 $\angle CAB$ 的平分线, $DE \parallel AB, DF \parallel AC, EF$ 交 AD 于点 O .

请问:(1) DO 是 $\angle EDF$ 的平分线吗?如果是,请给予证明;如果不是,请说明理由.



(第 16 题)

- (2)若将 DO 是 $\angle EDF$ 的平分线与 AD 是 $\angle CAB$ 的平分线, $DE \parallel AB, DF \parallel AC$ 中的任一条件交换,所得说法正确吗?若正确,请选择一个证明.

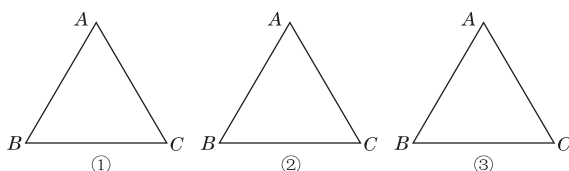
解:(1) DO 是 $\angle EDF$ 的平分线.证明: $\because AD$ 是 $\angle CAB$ 的平分线, $\therefore \angle EAD = \angle FAD$. $\because DE \parallel AB, DF \parallel AC, \therefore \angle EDA = \angle FAD, \angle FDA = \angle EAD$.
 $\therefore \angle EDA = \angle FDA. \therefore DO$ 是 $\angle EDF$ 的平分线.

(2)①若和 AD 是 $\angle CAB$ 的平分线交换,正确.理由与(1)中证明过程类似.②若和 $DE \parallel AB$ 交换,正确.理由: $\because DF \parallel AC, \therefore \angle FDA = \angle EAD$. $\because AD$ 是 $\angle CAB$ 的平分线, $\therefore \angle EAD = \angle FAD$. $\therefore \angle FDA = \angle FAD$.又 $\because DO$ 是 $\angle EDF$ 的平分线, $\therefore \angle EDA = \angle FDA. \therefore \angle EDA = \angle FAD. \therefore DE \parallel AB$.

③若和 $DF \parallel AC$ 交换,正确,理由与②类似.

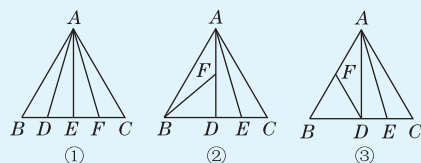
考查角度4 利用三角形的中线进行方案设计

17. 有一块三角形优良品种试验基地,如图所示,由于引进四个优良品种进行对比试验,需将这块土地分成面积相等的四块,请你制定出两种以上的划分方案供选择(画图并说明作法).



(第 17 题)

解:方案一:如答图①,在 BC 上取点 D, E, F ,使 $BD=DE=EF=FC$,连接 AD, AE, AF .



(第 17 题答图)

方案二:如答图②,取 BC 的中点 D ,连接 AD ,分别取 DC, AD 的中点 E, F ,连接 AE, BF .

方案三:如答图③,分别取 BC 的中点 D, CD 的中点 E, AB 的中点 F ,连接 AD, AE, DF .

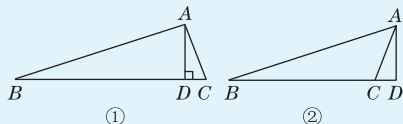
III 探究培优·拓展练 (点拨见 169 页)

课后练

拔尖角度1 利用三角形的高求角(分类讨论思想)

18. 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的高, $\angle BAD=72^\circ, \angle CAD=21^\circ$,求 $\angle BAC$ 的度数.

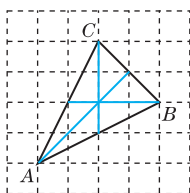
解:当高 AD 在 $\triangle ABC$ 的内部时,如答图①, $\angle BAC = \angle BAD + \angle CAD = 93^\circ$;当高 AD 在 $\triangle ABC$ 的外部时,如答图②, $\angle BAC = \angle BAD - \angle CAD = 51^\circ$.



(第 18 题答图)

拔尖角度2 利用网格画中线探究重心分中线的线段间的关系

19. 如图所示,网格小正方形的边长都为 1 ,在 $\triangle ABC$ 中,试分别画出三条边上的中线,然后探究三条中线的位置及与其有关的线段之间的关系,你发现了什么有趣的结论?



(第 19 题)

解:所画中线如答图所示.发现的结论为:①三条中线交于一点;②在同一条中线上,中线的交点与边中点所连线段的长度等于它与顶点所连线段的长度的一半.